



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL

CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

PAULO HENRIQUE DA SILVA

MATEMÁTICA E MÚSICA: O Monocórdio de Pitágoras

Nova Andradina – MS
2022

PAULO HENRIQUE DA SILVA

MATEMÁTICA E MÚSICA: O Monocórdio de Pitágoras

Trabalho apresentado a Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul – UEMS, Campus de Nova Andradina, como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador (a): PROF. DR. FÁBIO RODRIGUES LUCAS

Nova Andradina – MS
2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL

CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

PAULO HENRIQUE DA SILVA

MATEMÁTICA E MÚSICA: O Monocórdio de Pitágoras

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciatura em Matemática, pela Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul – UEMS, Campus de Nova Andradina.

Aprovado em 22 de Novembro de 2022.

Banca Examinadora

PROF. DR. FÁBIO RODRIGUES LUCAS

ALAÍDE PEREIRA JAPECANGA AREDES

GIZELI FERMINO COELHO

Dedico este trabalho à Deus que sempre vem norteando a minha vida.

À minha irmã que sempre me apoia.

À minha Mãe que sempre me orienta nos caminhos de Deus.

E, principalmente, à minha Esposa Amada, que é minha base, onde sei que posso me apoiar, obrigado por ser sempre companheira, mesmo em meio às tempestades.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me sustentar com asas de águia até este momento.

Ao Professor Dr. Fábio Rodrigues Lucas, pela excelente orientação e amizade.

Ao Coordenador do Curso Prof. Dr. Oyrán Silva Raizzaro, que nunca desistiu de mim, mesmo eu internamente já tendo desistido.

A Juliana Yoshioka, que atende a nós acadêmicos, com maestria, atenção e todo carinho.

RESUMO: Esta proposta trabalho tem como objetivo abordar algumas relações entre a Matemática e a Música que, sem dúvida alguma, podem ser utilizadas como abordagem em sala de aula. Para desenvolver o ensino de frações. A Música, é um elemento vivo entre os alunos, sendo assim, substanciamos a relação entre ela e a Matemática, apresentando as teorias e aplicações de Pitágoras em seu monocórdio. Podemos utilizá-las em algumas atividades didáticas, tais como: a própria criação de monocórdios em sala de aula e a utilização dele para o ensino das frações. Isso torna o ensino mais significativo e atraente aos alunos e, quem sabe seja possível até desenvolver neles o interesse pela arte musical.

Palavras chaves: Pitágoras, monocórdio, fração, música.

ABSTRACT: This project comes to research and address some relationships between Mathematics and Music, which without a doubt can be used as an approach in the classroom. Through it we can develop the teaching of fractions involving Mathematics and interact with Music, which is a living element among students. Therefore, we substantiate the relationship between Mathematics and Music presenting the theories and applications of Pythagoras in his monochord. Taking advantage of this historical part, we can use this medium in some didactic activities, such as: the creation of monochords in the classroom and its use to teach fractions. This makes teaching something more meaningful and attractive to students and maybe even develop an interest in the art of music in them.

Keywords: Pythagoras, monochord, fraction, music.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
2	JUSTIFICATIVA	10
3	OBJETIVOS	11
3.1	GERAL.....	11
3.2	ESPECÍFICOS	11
4	METODOLOGIA	12
5	DESENVOLVIMENTO: Pitágoras e o monocórdio	13
6	MÚSICA, UMA LINGUAGEM UNIVERSAL	16
7	A ESCALA PITAGÓRICA	18
8	MATEMÁTICA E MÚSICA NO ENSINO DE FRAÇÕES	18
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	20
10	REFERÊNCIAS	21

LISTA DE FIGURAS

1 FIGURA 1	13
1.1 FIGURA 2	14
1.2 FIGURA 3	14
1.3 FIGURA 4	15
1.4 FIGURA 5	17
1.5 FIGURA 6	19
2. TABELA 1	18

1 INTRODUÇÃO

MATEMÁTICA E MÚSICA: O monocórdio de Pitágoras.

A matemática é indispensável para a evolução da música em vários aspectos: na construção de sistemas musicais que determinam os sons, na fundamentação teórica da análise e composição musical, nos aspectos relacionados à acústica e mais recentemente na música digital, entre outros. Através da análise de alguns instrumentos e estudos históricos busca-se elucidar as relações entre instrumentos de corda e frações.

Analisar como se deu as idéias de Pitágoras sobre o assunto e verificar se são pertinentes até os dias de hoje.

Mas como foi a descoberta da relação entre esses dois universos? “A ideia de música como ciência nasce em Pitágoras” (século VI a.C.), que foi um dos primeiros a organizar o universo musical no ocidente. A matemática teve papel decisivo para a evolução da música. A física, por exemplo, estuda a música através da acústica. O conhecimento matemático é algo abstrato, mas podemos demonstrá-lo na prática, pois podemos demonstrar essa relação Matemática e Música para nossos alunos, através dessa pesquisa. A música é uma ciência, veja que além de astrônomo, físico, matemático e filósofo, Galileu Galilei (1564-1642) também tinha formação em música, sobre a qual chegou a escrever em um de seus tratados teóricos. Essa contribuição de Galileu para a história da música e da ciência é relatada no livro *Vincenzo Galilei contra o número sonoro*, e agora a vemos relacionada a matemática tendo em vista os estudos praticados.

2 JUSTIFICATIVA

O violão é um instrumento de cordas dedilháveis, com caixa de ressonância em formato semelhante a um oito, com seis cordas, de diferentes materiais, foi determinado o tamanho da corda e sua grossura ou até mesmo onde devemos apertar e tocar para sair um som harmonioso. E qual a relação: Matemática e Música? Alguma vez já nos perguntamos isso? Para responder a tais indagações, neste trabalho abordaremos várias relações entre instrumentos de corda e frações.

3 OBJETIVOS

Através da análise de alguns instrumentos e estudos históricos busca-se elucidar as relações entre instrumentos de corda e frações.

Analisar como se deu as idéias de Pitágoras sobre o assunto e verificar se são pertinentes até os dias de hoje.

3.1 GERAL

Verificar se para outros locais esses conceitos e práticas também podem ser aplicados.

3.2 ESPECÍFICOS

Verificar a presença da matemática no instrumento Monocórdio e no Violão

Verificar a relação entre a prática do instrumento com a matemática aplicada nele.

4 METODOLOGIA

Trata-se de um estudo de documentos, fotos e vídeos relacionados ao monocórdio, bem como um estudo histórico de como Pitágoras teve a idéia de cria-lo, para assim, verificar se a relação entre ele e a matemática tem mesmo fundamentação. Para tanto foi feito um instrumento para analisar o entendimento, demonstração e coleta de dados.

5 DESENVOLVIMENTO

Pitágoras e o monocórdio

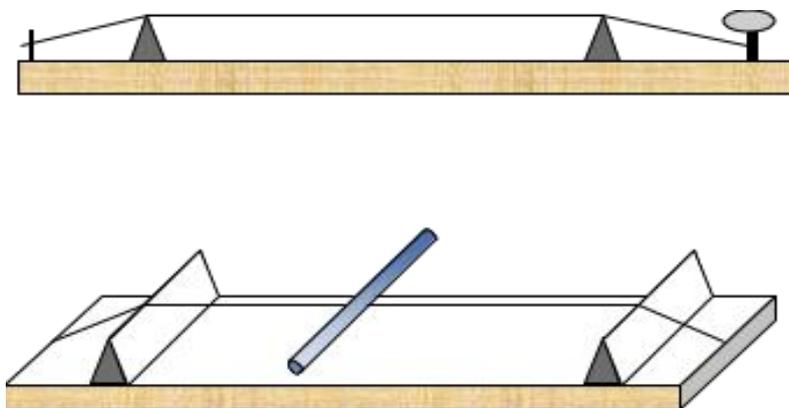
Pitágoras: Filósofo, Matemático, Astrônomo e Músico grego pré-Socrático. Nasceu na ilha de Samos, aproximadamente 570 a.C, e, faleceu, provavelmente em 496 a.C., passou boa parte de sua vida na antiga região da Magna Grécia (atualmente território Italiano) e lá fundou a sua escola Filosófica, composta pelos Pitagorianos.

Era um Filósofo com profunda curiosidade, conforme a lenda, certa vez estava a caminhar e passou em frente a uma oficina de um ferreiro, onde ouvia martelos que soavam com uma certa harmonia, exceto um. Pitágoras quis saber qual relação existia entre os martelos que eram harmônicos. Como era Matemático e, Físico, para Pitágoras tudo na natureza estava ligado aos números inteiros, pensou ele, que a relação era na força aplicada nas batidas. Como não obteve respostas satisfatórias decidiu pesar os martelos, então notou que a massa de cada martelo era de 12, 9, 8 e 6 unidades de medidas da época. Se utilizarmos esses números podemos notar que:

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12} \text{ e } \frac{6}{9} = \frac{8}{12}, \text{ note que 9 é a média aritmética e 8 é a média harmônica de 6 e 12.}$$

Não satisfeito com as respostas Pitágoras criou um monocórdio (instrumento que, como o próprio nome já diz: contém apenas uma corda), no qual descobriu mais algumas relações entre esses números, como por exemplo, a proporção dos pesos entre si. Note que o martelo que pesava 06 correspondia à metade $\frac{1}{2}$ do peso do martelo de 12, o martelo de 08 correspondia a dois terços $\frac{2}{3}$ do martelo que pesava 12 e o martelo de 09 correspondia a $\frac{3}{4}$ do martelo que pesava 12.

1 figura 1

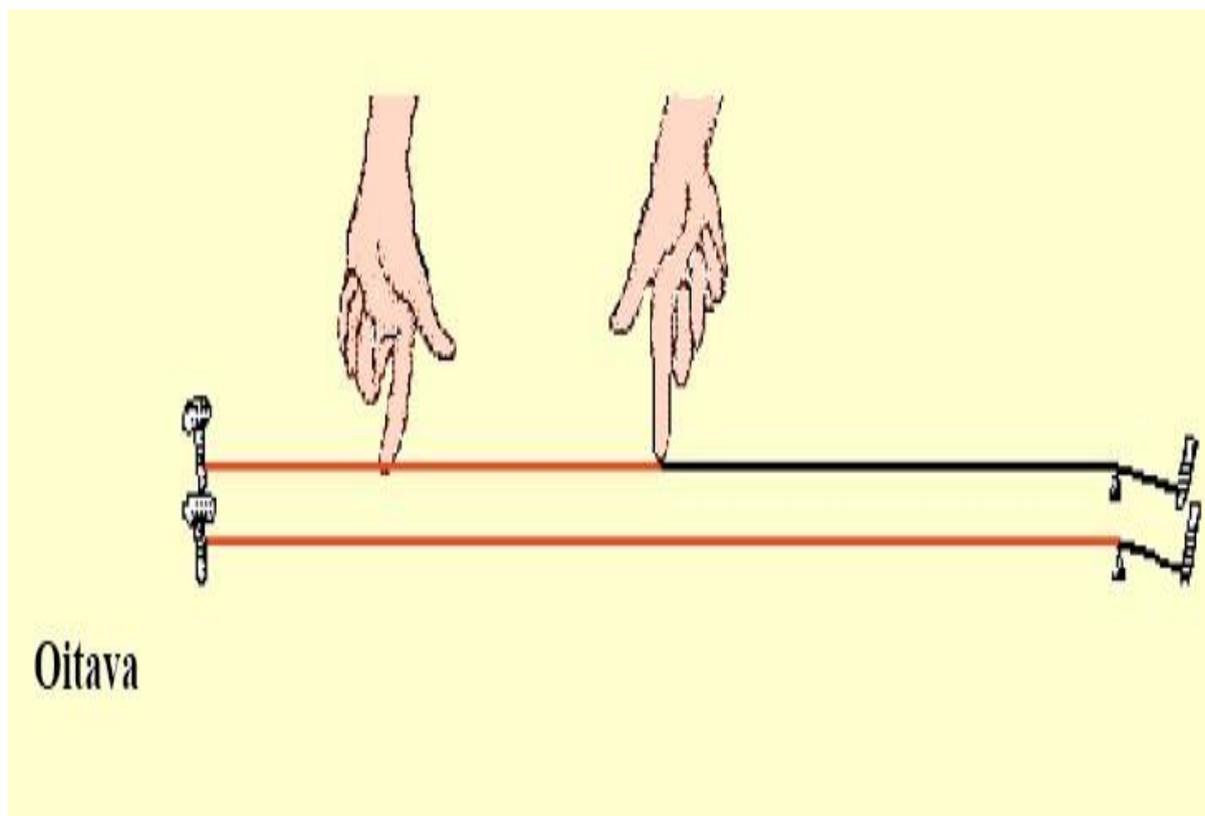


fonte: autor

Essa relação foi o princípio base para Pitágoras, ele verificou que se pressionasse a metade $\frac{1}{2}$ da corda, o som produzido era o mesmo que com a corda solta, porém mais agudo, o que é conhecido atualmente como uma Oitava de um som. Pitágoras também notou que apertando $\frac{2}{3}$ da

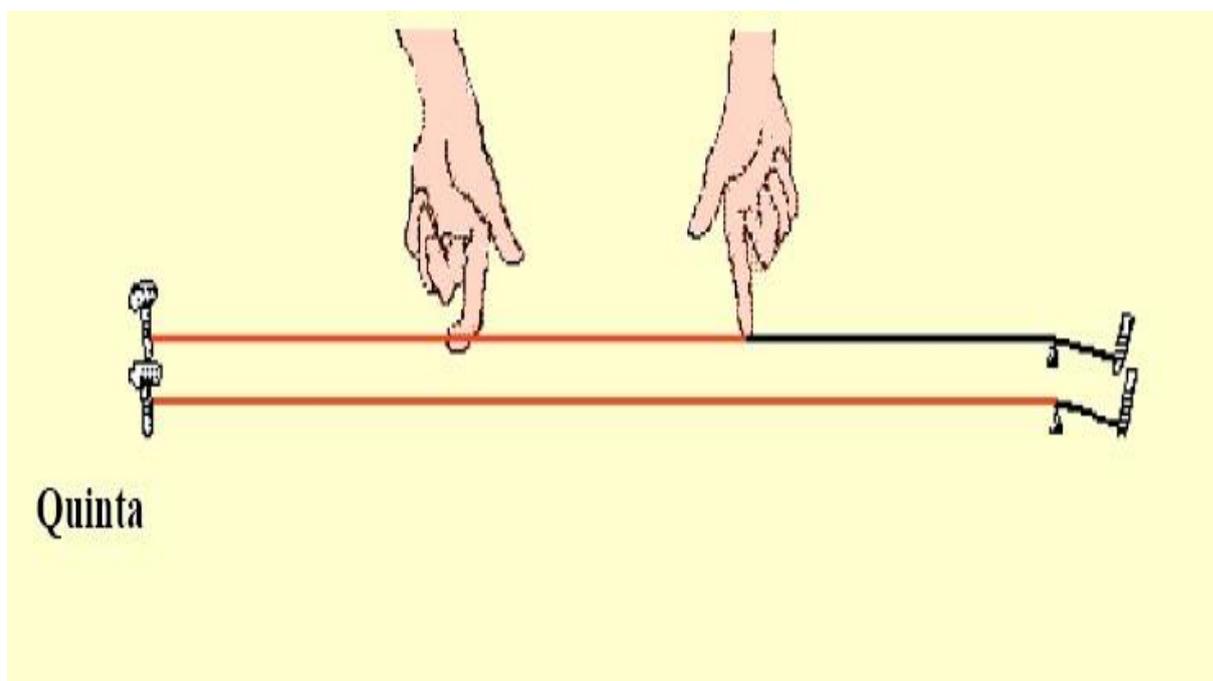
corda, o som obtido era muito agradável aos ouvidos e combinava ao som com a corda solta, o que hoje em dia chamamos de Quinta de um som. Pitágoras pressionou $\frac{3}{4}$ da corda e, como anteriormente, notou que soava agradável com o som da corda solta e também combinavam, esse som hoje em dia chamamos de Quarta de um som.

1.1 Figura 2. Oitava



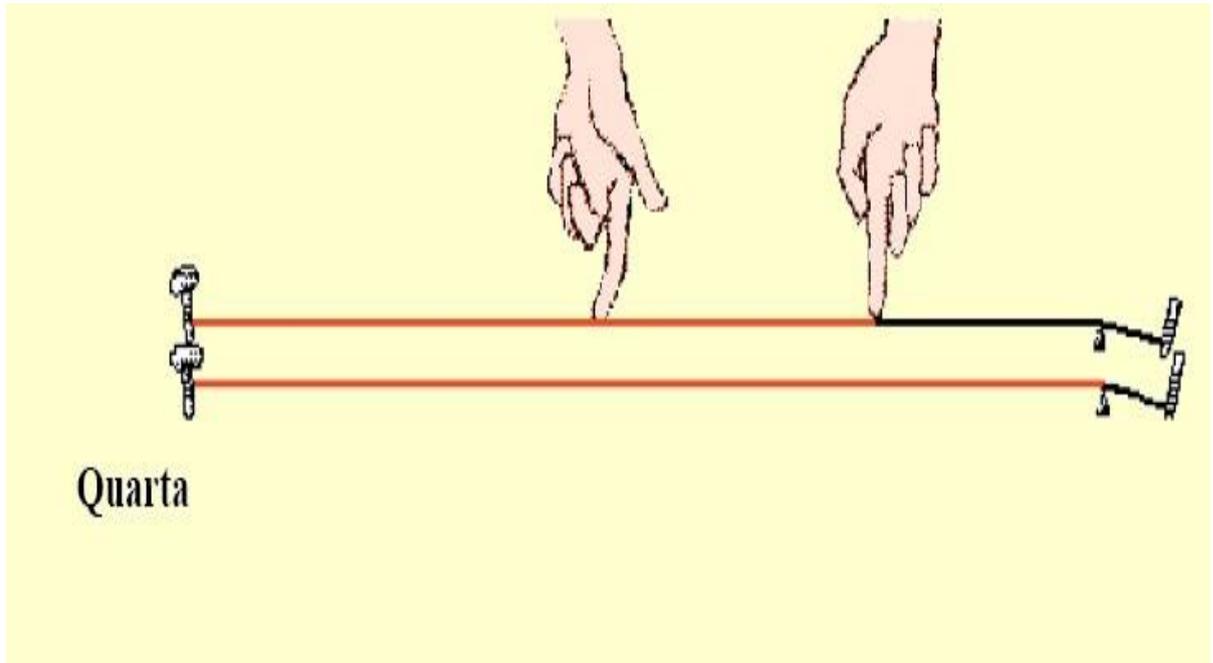
Fonte: <<http://www.ghc.usp.br/server/Sites-HF/Lucas-Soares/monocordio%20de%20pitagoras.html>>

1.2 Figura 3. Quinta



Fonte: <<http://www.ghc.usp.br/server/Sites-HF/Lucas-Soares/monocordio%20de%20pitagoras.html>>

1.3 Figura 4. Quarta



Fonte: <http://www.ghhc.usp.br/server/Sites-HF/Lucas-Soares/monocordio%20de%20pitagoras.html>

Temos quatro diferentes modos de como se posicionar uma corda:

A corda solta que, no caso, é a corda inteira, representada por 1 ou por 1/1

A corda apertada na sua metade, que no caso, é representada por 1/2, e que, por assim tocada obtemos a mesma nota, só que com um som mais agudo.

A corda dividida por 3, apertada na sua segunda parte, dessas três partes. Que no caso é representada por 2/3, e que por assim tocada obtemos a Quinta da corda solta.

A corda dividida por 4, sendo pressionada na sua terceira parte, dessas quatro partes. Que no caso é representada por 3/4, e que por assim tocada obtemos a Quarta da corda solta.

Essa mística fica mais evidente quando olhamos para os seus respectivos denominadores:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \text{ e } \frac{3}{4}$$

Agora, se voltarmos um pouco e observarmos as medidas dos martelos da oficina que Pitágoras observou, nota-se que as medidas do martelos eram 12 do martelo mais pesado, 6 era o martelo mais leve, e os martelos intermediários com os pesos 8 e 9.

Que coincidentemente, essas frações se relacionam entre si, veja que se colocamos o 12 inteiro, obtemos:

$$\frac{12}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12} \text{ e } \frac{9}{12}$$

Não se sabe ao certo em qual tom estava afinado o monocórdio de Pitágoras, porém, isso não é importante, o que é de extrema importância, aqui, é a relação entre a corda solta, que chamamos de Tônica, e as notas encontradas através dela.

Nota-se que, sempre que tocamos a corda na metade do seu comprimento, vamos obter uma Oitava da corda solta, que para o ouvido humano é a mesma nota, só que mais aguda. Ou seja, as Oitavas de uma primeira nota, sempre são as mesmas notas só que mais agudas que a nota inicial. Perceba, que o comprimento da corda inicial é irrelevante, o importante mesmo é a razão entre um comprimento dado x , e os comprimentos encontrados ao dividirmos esse comprimento inicial respectivamente pela regra dada acima:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \text{ e } \frac{3}{4}$$

Ou seja, se agora temos um comprimento x , e os comprimentos respectivos a ele são:

$$x, x/2, 2x/3 \text{ e } 3x/4$$

Ressalta, que a partir desse experimento de Pitágoras, obtém-se uma relação entre a Matemática e a música. Isto é, as frações acabam de ganhar uma roupagem musical. Além disso, com os conceitos estudados por Pitágoras obtivemos uma forma mais agradável de ensinar frações. Neste sentido, são muito válidas as relações entre Música e Matemática, a fim de “reen “cantar”” a matemática pela evolução da música.

Música: uma linguagem universal

Se partirmos para a linguagem que temos atualmente, em relação à música, vamos ficar admirados com o que descobrimos. Para quem tem acesso e consegue ler uma partitura musical, essa pessoa pode tocar qualquer tipo de música, seja ela de qualquer lugar do planeta. Se alguém dos Estados Unidos da América (E.U.A), fizer uma música e colocá-la na partitura (linguagem musical), e enviar para um Chinês, e essa pessoa souber ler partituras, logo, ele saberá tocar e até cantar a música toda com qualquer instrumento.

Existem inúmeras línguas tais como: língua portuguesa, língua inglesa, língua espanhola, mandarim e etc, que são faladas em diversas partes do mundo, mas cada qual no seu dialeto, a maioria das vezes precisa traduzir para língua que conhecemos, se quisermos entender algo que não esteja na nossa língua. Mas a linguagem musical é a única língua que é a mesma em qualquer parte do mundo, não precisa ser traduzida, apenas lida.

Se eu tocar a partitura abaixo “ASA BRANCA”, de Luiz Gonzaga, com algum instrumento aqui no Brasil, essa música será tocada da mesma forma por algum instrumentista lá no Japão, se for o caso.

Segue partitura Asa Branca:

1.4 Figura 5. Partitura Asa Branca

Asa Branca

www.superpartituras.com.br
Luiz Gonzaga e Humberto Teixeira

The musical score for "Asa Branca" is presented in five systems. Each system contains a treble and bass clef staff. The melody is written in the treble clef, and the bass clef provides harmonic support with chords and bass lines. Chord symbols (C, F, G7) are placed above the treble staff. The piece concludes with a final chord in the bass clef.

Uma única música, pode conter várias partituras, pois, para cada instrumento pode haver partituras diferentes da mesma música, para que cada instrumento faça o seu próprio “arranjo musical”

A escala Pitagórica

Até o momento falamos apenas de 4 notas, a nota que obtemos com a corda solta (tônica), a Quinta, a Quarta e a Oitava desta nota. Essas são realmente as notas da PRIMEIRA ESCALA MUSICAL criada por Pitágoras, mas, no intervalo dessas notas, podem ser ouvidas outras, que não soam tão harmonicamente com as da escala anterior partindo de uma nota qualquer.

Essas outras notas foram descobertas posteriormente, e seguem as proporções regidas por Pitágoras. Hoje as chamamos de ESCALA DIATÔNICA DE DÓ, nela constam 7 notas e se colocarmos a próxima nota, achamos a Oitava de Dó, ou seja, nessa escala temos:

DÓ, RÉ, MI, FÁ, SOL, LÁ, SI, DÓ

Veja mais claramente na tabela abaixo, a Escala Diatônica, onde as frações da corda solta são representadas juntamente com o coeficiente x , que é o comprimento da corda.

2 Tabela 1. Escala de Dó

DÓ	RÉ	MI	FÁ	SOL	LÁ	SI	DÓ ₂
1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a
x			$\frac{3x}{4}$	$\frac{2x}{3}$			$\frac{x}{2}$

Fonte: autor

Repare que se, eu toco uma música, em DÓ, e nessa música eu utilizo as notas Harmônicas, partindo do Dó, então possivelmente nessa música eu usarei também as notas SOL e FÁ, que são a Quinta e Quarta de DÓ, respectivamente. Mas, e se ao invés de começar a música em DÓ, começarmos em RÉ, o que aconteceria com as notas seguintes? Teria que obedecer a mesma sequência anterior, ou seja, partindo de RÉ a sua Quinta e Quarta, respectivamente seriam LÁ e SOL. E se eu começar a tocar em MI, segue a mesma sequência.

Matemática e Música no ensino de frações

Vimos nos tópicos supracitados que a relação entre matemática e música é antiga, mas hoje em dia não vemos com tanta frequência essa relação sendo colocada em prática, na verdade, vemos muita teoria e prática quase nenhuma. A matemática esta presente no dia a dia, mas os alunos não conseguem enxergar isso, principalmente, em relação à música.

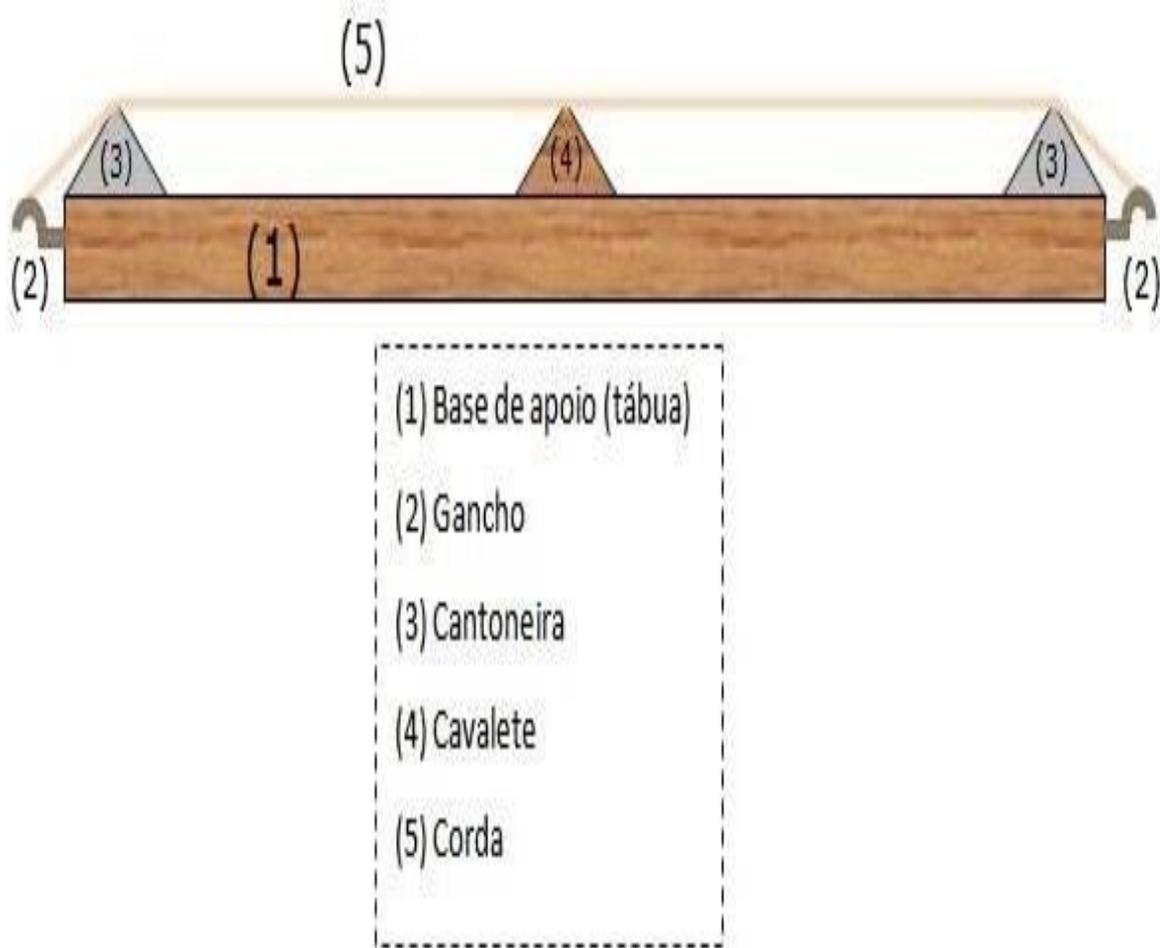
Podemos propor no ensino de frações, por exemplo, uma dinâmica de construção dos

seus próprios monocórdios em sala de aula, que é algo simples de ser produzido, isso incitará e ira dinamizar a aula, saindo de uma aula totalmente teórica de frações, para uma aula agradável, no qual os alunos podem ver a corda sendo dividida em $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$, sem contar nos inúmeros e divertidos sons produzidos pelo monocórdio.

Abaixo na figura, vemos como podemos construir um monocórdio:

1.5 Figura 6. Monocórdio

fonte: autor



Fonte: autor

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática, e a Música, cada qual com suas características e peculiaridades. Existem relações entre elas. Por isso nessa pesquisa procuramos resgatar esta histórica relação entre esses dois fenômenos, enfatizando a importância do estudo que Pitágoras fez, utilizando o monocórdio. Acentuamos essa aproximação entre teoria e prática, para que os alunos possam compreender essa relação, facilitando assim, a aprendizagem dos mesmos.

Com essa proposta esperamos que o ensino das frações saia do comum tradicional e abstrato para algo mais interessante, prático e significativo. A partir desse estudo vemos a possibilidade de relacionarmos a Matemática e a Música, ensinando frações e ao mesmo tempo levando o aluno a viajar em meio à música. Sendo assim, podemos falar que o objetivo do trabalho foi alcançado.

Através deste trabalho, os professores de Matemática podem ensinar seus alunos com uma visão mais ampla o conteúdo fracionário. Tanto quanto os professores de Música podem se utilizar de apetrechos históricos para que os alunos tenham melhor conhecimento de como surgiu e por quem foi relacionado a matemática e a música.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, João. Matemática e Música. Editora Livraria da Física. Edição 1A. ED.2015;

CERTAMENTE, youtube.com. A matemática da música: escala pitagórica. Youtube 2021; disponível em <https://youtu.be/kkMjMQQV-U> acesso em 11/10/2022.

MUSICAL, mente, youtube.com. o que é um monocórdio, aprenda a fazer o seu. Youtube 2021; disponível em <https://youtu.be/XWFsNvGByh4> acesso em 11/10/2022.

MARCELO, amazonas, youtube.com. Pitágoras, o pai da teoria musical. Youtube 2020; disponível em https://youtu.be/yo_JO16kNqA acesso em 11/10/2022.

UNIVASF, modelo tcc, monografia 2020; disponível em <https://portais.univasf.edu.br/sibi/modelo-de-tcc-monografia.docx> acesso em 11/10/2022.

UNIVESP, youtube.com. Matemática – aula 27: matemática e música-parte 1. Youtube 2015; disponível em <https://youtu.be/ETPzsN-vgE8> acesso em 11/10/2022.

ZALESKI, hiram, youtube.com. história da música, Pitágoras e a teoria musical. Youtube 2017; disponível em <https://youtu.be/JWwtVDjm3Ws> acesso em 11/10/2022.