

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL  
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA  
CURSO MATEMÁTICA, LICENCIATURA**

**AS DIFICULDADES NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E  
INTEGRAL I: UMA REVISÃO DA LITERATURA**

**VITORIA GABRIELA DE JESUS SILVA**

**NOVA ANDRADINA – MS**

**2022**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL  
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA  
CURSO MATEMÁTICA, LICENCIATURA**

**AS DIFICULDADES NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E  
INTEGRAL I: UMA REVISÃO DA LITERATURA**

**VITORIA GABRIELA DE JESUS SILVA**

Trabalho de conclusão de curso apresentada à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Nova Andradina, como parte das exigências para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

**Orientador:** Prof. Dr. Sonner Arfux de Figueiredo

**Nova Andradina – MS**

**2022**

S584d

Silva, Vitoria Gabriela de Jesus

As dificuldades na disciplina de cálculo diferencial e Integral I: uma revisão da literatura/Vitoria Gabriela de Jesus Silva – Nova Andradina, MS: UEMS, 2022.

40f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Sonner Arfux de Figueiredo.

1. Cálculo Diferencial e Integral I 2. Dificuldades 3. Lacunas. I. Silva, Vitória Gabriela de Jesus. II. Título.

CDD 23. ed. 515.33

Bibliotecária.Susy dos Santos Pereira CRB1º1783

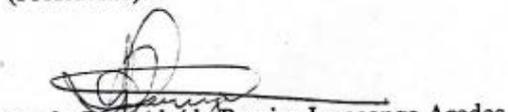
**ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE VITÓRIA GABRIELA DE JESUS SILVA, APRESENTADO AO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - UEMS.**

Aos vinte e três dias do mês de novembro do ano de dois mil e vinte e dois, reuniram-se às 14 horas em Sessão Pública, de forma presencial, nas dependências da UEMS, Unidade de Nova Andradina, os membros da Banca Examinadora do Trabalho de Conclusão de Curso relativo ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Os membros da Banca foram constituídos pelo Professor Dr. Sonner Arfux de Figueiredo (Presidente); Professora Dra. Alaíde Pereira Japécanga Aredes e Professora Dra. Kátia Guerchi Gonzales, para sob a Presidência do primeiro, avaliar o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: **“UM LEVANTAMENTO DAS DIFICULDADES NA FORMAÇÃO EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I”**, de autoria da acadêmica Vitória Gabriela de Jesus Silva. Iniciados os trabalhos, o Presidente deu a conhecer, à acadêmica e aos integrantes da Banca Examinadora, as normas a serem observadas na Sessão. A seguir, a acadêmica passou à defesa de seu trabalho. Encerrada a exposição e a arguição procedeu-se à avaliação em sessão secreta, tendo sido a acadêmica aprovada. Nada mais havendo a tratar, lavrou-se a presente ata, assinada pelos membros da Banca Examinadora.

Nova Andradina/MS, 23 de novembro de 2022.



Prof. Dr. Sonner Arfux de Figueiredo  
(Presidente)



Profa. Dra. Alaíde Pereira Japécanga Aredes



Profa. Dra. Kátia Guerchi Gonzales

“O objetivo principal da educação nas escolas deveria ser a formação de homens e mulheres que são capazes de fazer coisas novas, e não simplesmente de repetir o que outras gerações fizeram; homens e mulheres que são criativos, inventivos e descobridores, que podem ser críticos, verificar, e não aceitar, tudo que lhes é oferecido”.

-Jean Piaget-

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho para todas as pessoas que sempre acreditaram no meu potencial, mas principalmente para aqueles que nunca duvidaram dele.

Dedico para mim mesma, que apesar de todas as dificuldades encontradas durante os cinco (5) anos de estudo, não desisti e em que momento nenhum pensei que não conseguiria.

## AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos vão primeiramente a Deus, que por toda esta trajetória esteve comigo. Agradeço meus professores que fizeram com que este projeto ganhasse forma, a **Profa. Dra. Kátia Guerchi Gonzales**, que em 2019 na sua disciplina de Metodologia encaminhou meus pensamentos para o que hoje concretizamos aqui. A **Professora Me. Marcia de Santos Melo**, que inicialmente de uma ideia de 2019. Agradeço finalmente ao professor **Prof. Dr. Sonner Arfux de Figueiredo**, que aceitou me orientar e abraçou este trabalho me orientando para dar forma e concluir o que hoje marca a escrita e realização do meu Trabalho de Conclusão de Curso.

## **RESUMO:**

Esta pesquisa teve como objetivo geral elencar as dificuldades de aprendizagem encontradas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral-CDI, a partir de um estudo bibliográfico com enfoque na realidade de acadêmicos de cursos de Licenciatura em Matemática, por meio de uma metodologia investigatória. Motivado pela experiência e realidade vivenciada dentro da disciplina de CDI em 2018 pela acadêmica que realiza esta pesquisa. Coletando informações em trabalhos de monografias, dissertações, teses e artigos relacionados ao tema com o seguinte enfoque: Quais os fatores determinam ou contribuem para a ocorrência de dificuldades que acarretam baixo rendimento e reprovadas dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, nos cursos de Matemática Licenciatura? Assim, baseando em nossa revisão foi possível refletir a prática docente, os hábitos acadêmicos, as lacunas existentes na vida estudantil e enxergar que as dificuldades em CDI não se limitam a único fator ou causa. Tais fatores como falta de hábito de estudo, as metodologias ultrapassadas, falta de interpretação, dificuldades pontuais em conteúdos e conceitos que deveriam ser abordados nas fases iniciais de ensino se acendem e formam um problema preocupante no ensino superior.

**PALAVRAS-CHAVES:** Cálculo Diferencial e Integral I. Dificuldades. Lacunas. Ensino Superior.

## **ABSTRACT:**

The general objective of this research was to list the learning difficulties found in the discipline of Differential and Integral Calculus-CDI, based on a bibliographical study focusing on the reality of academics in Mathematics Degree courses, through an investigative methodology. Motivated by the experience and reality experienced within the CDI discipline in 2018 by the academic who carried out this research. Collecting information in monographs, dissertations, theses, and articles related to the subject with the following focus: What factors determine or contribute to the occurrence of difficulties that lead to low performance and failures within the discipline of Differential and Integral Calculus I, in the courses of Mathematics Degree? Thus, based on our review, it was possible to reflect on teaching practice, academic habits, existing gaps in student life and see that difficulties in CDI are not limited to a single factor or cause. Factors such as lack of study habits, outdated methodologies, lack of interpretation, specific difficulties in content and concepts that should be addressed in the initial stages of teaching become a worrying problem in higher education.

**KEYWORDS:** Differential and Integral Calculus I. Difficulties. Gaps. Higher Education.

## LISTA DE ABREVIações E SÍMBOLOS

a.c	Antes de Cristo
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
MEC	Ministério da Educação

## SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIACÕES E SÍMBOLOS .....	VIII
INTRODUÇÃO .....	9
1. CAPÍTULO I.....	14
2. CAPÍTULO II.....	19
3. CAPÍTULO III.....	25
4. CAPÍTULO IV .....	30
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	36
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	38

---

---

# INTRODUÇÃO

---

Esse trabalho tem como preliminar o vivenciado dentro da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, unidade de Nova Andradina pela acadêmica que realiza esta pesquisa, na qual, em 2018 cursou a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, dentro do curso de Matemática Licenciatura, enfrentando várias dificuldades, baixo rendimento e obtendo reprova na disciplina.

Levantando assim a problemática de quais as dificuldades que acomete os baixos rendimentos, reprovos e desistências nos cursos em que Cálculo Diferencial e Integral se encontra no componente curricular, aqui com enfoque no curso da estudante.

Nas produções acadêmicas e artigos científicos são encontrados trabalhos que abordam a problemática de evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral I, como apontam as pesquisas de Cordeiro (2016) e Escher (2016) que ao discorrer nos leva a refletir acerca da realidade de várias instituições tanto públicas como particulares.

Nessa perspectiva, são mostrados os altos índices de evasão, baixo rendimento e reprovos nos cursos superiores, Polydoro (2000) retrata isso em seu trabalho, de modo a olhar a evasão no ensino superior como algo alarmante que já acontece desde 1972, e a partir daí cada vez mais tem se tornado tema de pesquisas, estudos e causa preocupação nas universidades e no Ministério da Educação (MEC).

Este delineamento, nos motiva a pensar nas dificuldades dentro da disciplina, mas também traz a pergunta sobre o porquê estudamos Cálculo Diferencial e Integral

Pelo material apresentado pelo pesquisador Gabriel Loureiro de Lima a disciplina de CDI foi introduzida em 1.811 no currículo brasileiro, inicialmente no segundo ano do curso Matemático da Real Academia Militar do Rio de Janeiro, podemos observar a importância do Cálculo já que ele está presente desde a matemática, química, ciências econômicas e biológicas, física clássica e até física moderna e inserido nos cursos de graduação como nas de Engenharias, Física, Química e Administração.

Contudo, vale observar que estudiosos como o matemático grego Arquimedes (287- 212 a.C), o matemático alemão Johann Kepler (1571– 1630), o matemático francês Pierre de Fermat (1601–1665) deram início em 1.800 a.C, ao que conhecemos hoje como Cálculo Diferencial e Integral.

As contribuições dos físicos Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz em trabalhos distintos durante a década de 1665-1675, serviram para grandes avanços na matemática e para aquele momento na consolidação necessária para criação do Cálculo Diferencial e Integral ou Cálculo Infinitesimal como assim ficou conhecido.

Naquele período, parte dos estudiosos eram físicos, utilizando assim os estudos sobre elementos matemáticos dentro da física, que por vezes se tornava restrita a questões estáticas de contar, medir e descrever as formas, assim se fazia preciso a inserção de técnicas que lidariam com o movimento e variações possibilitando que os matemáticos/físicos da época estudassem.

O Cálculo Diferencial e Integral I como vemos atualmente estuda as taxas de variação de grandezas, a acumulação de quantidades, e a variação da inclinação de uma reta, bem como, a área abaixo de determinado sólido. Em síntese, o Cálculo é a matemática a ser empregada para determinada situação.

Dentro das engenharias ela possibilita um viés para que se possa lidar de maneira prática e eficiente com os problemas que um engenheiro pode se deparar em seu cotidiano. No curso de Farmácia são tratados os assuntos de limite, derivada e integral, utilizados para o cálculo de fármacos assim, como nos cursos de Agronomia, onde a disciplina possui a função de introduzir os conceitos matemáticos na área estudada.

É possível encontrar vários artigos de estudiosos que apontam algumas das dificuldades dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, nos cursos de matemática licenciatura, como Marcelo Cavasotto e Lori Viali (2011); Abel Patrik Cantor da Silva, Erinaldo Ferreira do Nascimento, André Ricardo Lucas Vieira (2017); Thainã T. Oliveira Sena e Ademária A. de Souza (2015).

No artigo de Marcelo Cavasotto e Lori Viali (2011), há uma investigação sobre as dificuldades no processo de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, focada na detecção e classificação dos erros cometido pelos alunos, por meio de uma metodologia de Análise de Erros.

A primeira etapa para a investigação foi voltada para tentar se entender os tipos de dúvidas que os alunos apresentavam, utilizando este método já que se é possível entender muitas das dificuldades que não só se limitam pelos hábitos de estudo, aspectos psicoemocionais, situação econômica, dentre outras.

Uma segunda etapa esta direcionada a detecção e classificação dos erros, outra além de identificar e classificar se preocupa com as causas e as consequências vindas destes erros. Em certo momento de diagnostica do artigo a preocupação se torna o processo de ensino e aprendizagem, em foco o funcionamento cognitivo do aluno.

Com um viés de que o erro, pode indicar aquilo que o aluno já sabe ou não, já que por Vasconcellos (2004) um conhecimento novo só é possível quando construído a partir de conhecimentos prévios. Os erros analisados foram classificados em erro em conteúdo de ensino fundamental, erro em conteúdo de ensino médio, erro em conteúdo de ensino superior ou erro de interpretação.

Dessa e demais reflexões surge a seguinte questão de pesquisa, quais os fatores determinam ou contribuem para a ocorrência de dificuldades que acarretam baixo rendimento e reprovos dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, nos cursos de Matemática Licenciatura?

O objetivo da pesquisa foi realizar um levantamento das dificuldades na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, por meio de uma abordagem qualitativa apoiada em estudo bibliográfico.

A pesquisa está estruturada em quatro capítulos.

No capítulo I iniciamos pelo desenho da pesquisa, dividido em três momentos, sendo o primeiro destinado ao levantamento de dados, o segundo e o terceiro momento voltados para o tratamento desses dados.

No capítulo II, se encontra a revisão de literatura, onde podemos encontrar os primeiros pesquisadores que utilizaremos ao decorrer da pesquisa e as primeiras colocações feitas por eles.

Seguindo, temos o capítulo III, com a fundamentação teórica da pesquisa, dividida em três (3) partes, que se desdobram em apresentar o nome que sustenta a pesquisa, suas contribuições e visões a parte do que utilizaremos no trabalho.

Já no capítulo IV é realizado a abordagem dos conceitos encontrados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e recorreremos a história para

compreendermos como surgiram e como seus conceitos foram sendo desenvolvido no decorrer do tempo até a atualidade

Finalizamos esta pesquisa com as considerações finais a respeito do que foi pesquisado e encontrado, assim como uma reflexão a respeito do olhar pesquisador, de quem vivenciou uma realidade em CDI, assim como futuros trabalhos que podem ser realizados, frutos desta monografia.

# 1. CAPÍTULO I

---

## 1.1 DESENHO DA PESQUISA

Para os devidos fins optamos por dividir este capítulo em três momentos, sendo o primeiro destinado ao levantamento de dados, o segundo e o terceiro momento voltados para o tratamento desses dados.

Nossa pesquisa acontece por meio de uma abordagem qualitativa, haja visto que a escritora é sujeito e objeto, em um trabalho de compreender e descrever as dificuldades encontradas em CDI. Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado.

De natureza que se desdobra entre as características básicas e aplicadas de uma pesquisa, voltada na geração de conhecimento e não possui aplicação prática prevista, que, no entanto, podem ser dirigidas a solução pontual de problemas. O problema na qual tratamos neste trabalho são as dificuldades em Cálculo Diferencial e Integral I

Os objetivos se enquadram numa perspectiva de pesquisa exploratória, onde buscamos as dificuldades em CDI por meio de um estudo bibliográfico, se apoiando na ideia explicativa de identificar os fatores que contribuem para tais dificuldades.

Utilizando do procedimento da pesquisa bibliográfica

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém, pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (FONSECA, 2002, p. 32).

Ou seja, nosso objetivo com esse trabalho é elencar as dificuldades dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, para assim dar continuidade em uma futura nova pesquisa onde traríamos soluções para tais.

## **1.2 A Metodologia da Pesquisa**

Para o alcance dos objetivos desta pesquisa a metodologia utilizada é a de revisão bibliográfica em conjunto com técnicas de pesquisa exploratória. Triviños (1987, p. 109), assume que “os estudos exploratórios permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de determinado problema”.

Sendo assim os materiais coletado e trazidos neste capítulo fazem conjunto com as informações do capítulo de revisão bibliográfica, para que assim cheguemos em nossas considerações finais.

## **1.3 Coleta de dados**

Para Marconi e Lakatos (1996) a coleta de dados é uma importante fase da pesquisa, porque a partir dela os resultados e conclusões (final ou parcial) da pesquisa são elucidados.

Esta pesquisa usou da coleta por meio de documentos e registros, em uma busca sistemática de afinamento de público para se chegar no objetivo geral da pesquisa que é levantar as dificuldades em Cálculo Diferencial e Integral I, com um enfoque nas dificuldades dos acadêmicos de matemática licenciatura.

### **1.3.1 Dados Coletados.**

Nossa coleta de dados iniciada no Google Acadêmico, nos levaram a materiais de banco de dados da SBM, do boletim GEPEN, dentre outros na qual nos deparamos com diversas informações, das quais elencamos os que mais se aproximavam do tema. Inicialmente os materiais traziam as dificuldades, evasões, baixos rendimentos em CDI, porém com público voltado para as áreas de física e engenharias.

O critério de escolha utilizado sair de um caminho mais amplo e com isso ir afunilando para que chegássemos a resposta de nossa questão pesquisa: quais os fatores determinam ou contribuem para a ocorrência de dificuldades que acarretam baixo rendimento e reprovadas dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, nos cursos de Matemática Licenciatura?

Com isso o objetivo central era elencar materiais (teses, monografias, artigos e ou publicações) que chegassem na realidade dos acadêmicos de cursos superiores, preferencialmente daqueles que cursam a disciplina de CDI na graduação de Licenciatura em Matemática.

Iniciamos por artigos que abordam a temática. As dificuldades em disciplinas específicas como no caso de Cálculo Diferencial e Integral I pode levar a evasão, reprovadas e baixos rendimentos, como vemos ao abordamos Cordeiro (2016) e Escher (2016) que ao discorrer em seu trabalho nos leva a refletir, acerca de uma realidade de várias instituições tanto públicas como particulares.

Marcelo Cavasotto e Lori Viali (2011), apresentam um artigo com título Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar, utilizaram para tal, a metodologia de análise de erros, investigando quais os erros obtidos pelos alunos e o qual o berço destes erros.

Reforçando a ideia de que as dificuldades encontradas pelos alunos possuem vários aspectos como os hábitos de estudo, condições psicoemocionais, socioeconômicas se justifica a utilização da análise de erros como metodologia, já que assim se é possível entender tais dificuldades.

O público desta análise são os acadêmicos de um curso de engenharia, provenientes de escola particulares, da qual 56% não trabalha e possui hábito de estudar nas vésperas de provas, uma pequena porcentagem dos alunos trabalha e possui uma carga horária semanal de 40 horas.

Para esse público aulas de monitoria são disponibilizadas, entretanto sem muitos adeptos e com os responsáveis por tais monitorias foi possível iniciar alguns levantamentos.

As solicitações dos alunos são referentes ao conteúdo e resolução de questões avaliativas, em relação aos conteúdos dúvidas sobre fatoração, resolução de equações, funções, limites, derivadas, integrais e geometria analítica foram elencadas.

Ao investigar de quais níveis são as dúvidas dos alunos, pode assim perceber que elas são provenientes do ensino fundamental e médio, concentradas nos conteúdos de Álgebra, Funções, Trigonometria e Fatoração, assim como propriedades de operações.

Em análise aos erros cometidos por meio de uma sondagem, iniciada com exercícios de nível fundamental e médio, foi observado erros de interpretação, substituições equivocadas, das quais 52% são erros de conteúdo do ensino fundamental, 40% de erro em conteúdo do ensino médio e 8% de erro de interpretação, em outro momento os erros em conteúdo do ensino médio marcaram 62%, erro em conteúdo do ensino fundamental 13%, erro de conteúdo do ensino superior 16% e 9% de interpretação.

De um modo geral as dificuldades são decorrentes de déficit de aprendizagem nos níveis básicos e falta de hábito de estudo, para todos os casos os alunos conseguem se autoavaliar com déficit e mesmo assim não buscam preencher as lacunas existentes em suas vidas escolares.

Com isso falta de interpretação em enunciados, expressões, linguagens, gráficos de funções e de uma forma complexa no conteúdo de funções de forma geral, refletem tais dificuldades na disciplina.

Seguindo pelos trabalhos levantados para nossa pesquisa, Abel Patrik Cantor da Silva, Erinaldo Ferreira do Nascimento, André Ricardo Lucas Vieira (2017), apresentam o artigo Cálculo Diferencial e Integral: Obstáculos e Dificuldades Didáticas de Aprendizagem.

O artigo realiza um estudo com acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática, no estado da Bahia, mapeando e apontando as dificuldades, assim como fornece subsídios para encontrar soluções.

Dividida em três momentos, sendo eles a elaboração de questionário, a aplicação e análise e interpretação dos dados obtidos através do questionário. O questionário elaborado levava em conta o professor, o aluno e a instituição de ensino.

Os acadêmicos citaram alguns motivos que geram futuras dificuldades sendo uma delas a metodologia utilizada pelo professor, uma maioria afirma gostar da disciplina e outra parte diz não gostar e com isso justificam não ver ligação com o dia a dia e que os conteúdos trabalhados não fazem parte de suas realidades.

Outro lado observado é a relação entre aluno professor, na qual pelos acadêmicos uma boa relação favorece a aprendizagem.

Em determinado momento foi possível observar que os alunos identificam suas limitações e dificuldades, assim trazendo a lacuna na transição ensino médio para ensino superior e novamente pontuando as dificuldades no conteúdo de funções.

Thainã T. Oliveira Sena e Ademária A. de Souza (2015), refletem junto aos trabalhos citados acima quanto os aspectos relacionados aos alunos, professores e instituição, além da má formação durante o processo do ensino médio.

Pouco tempo dedicado ao estudo, pouca participação nas aulas, falta de realizar consulta a outras fontes de conhecimento, ficar com dúvidas, desinteresse, a deficiência de conceitos matemáticos básicos, ligados a metodologia do professor, critérios avaliativos, fazem parte das dificuldades dentro da disciplina.

A tese de Doutorado escrita por Wanderley Moura Rezende, com título O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica, a pesquisa Cálculo Diferencial e Integral I: Diagnosticando e Analisando as Dificuldades dos Alunos em um Curso de Licenciatura em Matemática escrito por Diánis Ferreira Irias, Josislei de Passos Vieira, Paula Reis de Miranda, Rafael Cazal Silva, entram muito bem em nossa análise e levantamento de dados, porém o utilizaremos para refletir a seguir na nossa conclusão.

## 2. CAPÍTULO II

---

---

### 2.1 REVISÃO DA LITERATURA

Iniciemos com o trabalho intitulado “Dificuldade dos Alunos no Aprendizado de Cálculo Diferencial e Integral I: Uma Reflexão, monográfica apresentada ao curso de especialização em matemática para professores”, escrito por Wagner Quintão Almeida.

O objetivo da pesquisa foi realizar uma reflexão sobre os principais motivos do alto índice de reprovação na Universidade Federal de Minas Gerais, por meio uma pesquisa qualitativa, a partir das informações oferecidas pelos estudantes.

Inicialmente o autor justifica sua pesquisa e explica a problemática por meio do que foi vivenciado por ele em sua vida escolar e de formação, seguido por isso os apontamentos que os baixos desempenhos na disciplina de CDI não é novidade.

Os autores Soares de Mello e Soares de Mello (2007) afirmam, que na década de 80 a falta de domínio dos pré requisitos para o curso de CDI, fez com que a Universidade Federal Fluminense aumentasse a carga horaria da disciplina de 4 para 6 horas semanais, com uma abordagem operacional, sem apresentação de conceitos e ou fundamentos, resultando assim em um aumento nas reprovações.

Entre os autores referenciados na pesquisa esta Soares de Mello e Soares de Mello (2001), Nasser, Sousa e Torraca (2015), que destacam a preocupações e desafios no ensino de CDI, que ligam o baixo desempenho dos alunos em Cálculo com as lacunas na aprendizagem de matemática na escola básica.

Alguns dos obstáculos listado, possuem recomendações para se minimizar, e elas se iniciam pelos anos iniciais do ensino fundamental, que quando bem concretizada e significativa pode evitar o ensino de matemática superficial e procedimental. Como dito por Nasser, Sousa e Torraca as dificuldades de aprendizagem geram uma forma mecânica de procedimento sem a falta de compreensão dos significados e dos conceitos.

Um assunto que se entra em questão para que de certa forma auxiliasse no ensino de CDI é a utilização de softwares, que pode ser observado no movimento de reforma de cálculo, o “*Calculus Reform*” em 1980 que, no entanto, no ano seguinte em 1990 o alto índice de reprovação ainda permanecia, mostrando o insucesso para esta tentativa.

O professor Wanderley Rezende (2003), que também foi trazido nos embasamentos da monografia mostra que mesmo com a introdução de matemática básica para auxiliar e dar embasamento para CDI o índice de reprovações continuou muito alto, ou seja, apenas isso não foi suficiente de forma eficaz para amenizar a problemática. Rezende (2003) se pergunta quais as razões para esse quadro, que não é característico somente do Brasil:

Qual é a razão de tantas reprovações? Onde reside a dificuldade? No processo de aprendizagem? No aluno, isto é, na “falta de base” do aluno? Ou estaria esta dificuldade no próprio professor, ou na metodologia de ensino, ou ainda, na estrutura curricular do ensino de matemática que não dá o suporte que esta disciplina mereceria? (REZENDE, 2003, p. 5).

E para responder isso, muitos pesquisadores acreditam que o problema vem de diversas naturezas e não esta associado apenas a um único fator, outros julgam que as dificuldades são decorrentes do processo didático, contudo Rezende reforça que os problemas estão para além dos métodos e das técnicas, ou seja, são relacionados com o ensino básico de matemática e também em como são ensinados nas universidades

[...] o sucesso do ensino superior de Cálculo está condicionado a uma preparação das ideias básicas do Cálculo no ensino básico de matemática. Ao permitir o Cálculo participar efetivamente da tecedura do conhecimento matemático do ensino básico, acreditamos que as dificuldades de aprendizagem do ensino superior de Cálculo serão em grande parte superadas, tanto quanto as do próprio ensino de matemática [...] (REZENDE, 2003, p. 441).

No estudo realizado por Wagner Quintão Almeida (2016), mostra que as dificuldades dos alunos na aprendizagem de CDI podem ser identificadas em diversos cursos. Para sua pesquisa pode se observar, que nos cursos de Engenharia em 2015 um média de 55% eram alunos retidos na disciplina, sendo

que só em Engenharia Ambiental esse índice chega a 73%, ou seja, esta realidade em 2015 não difere muito da retratada por Rezende em 2003.

Ainda na pesquisa de Wagner (2016) no curso de matemática existem 51 alunos matriculados, da qual apenas 14 foram aprovados, sendo 15 reprovados por rendimento, 09 por infrequência, resultando em um percentual de 73% de reprovados na disciplina.

Com esses dados é realizado uma nova pesquisa por questionário agora apenas para o público reprovado na disciplina.

Este momento da pesquisa foi voltado para a coleta de informação a respeito do ensino de conceitos matemáticos apresentados no ensino médio e as iniciativas dos alunos ao se depararem com dificuldades, e no seu ponto de vista o principal motivo para a reprovação.

Foram levantados nos depoimentos que a falta de compreensão, à má formação do ensino médio em escola pública aliada à falta de didática dos professores universitários, o tratamento superficial, exercícios maçantes de repetição que não exigem interpretação, materiais julgados como inadequados e o ensino de matemática na escola básica, como sendo insuficiente na preparação para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e a “causa”, para as reprovações.

Reclamações de em como as aulas eram dadas, na didática do professor e até mesmo nas formas de avaliação, surgiram no entorno do estudo, assim como a afirmação do excesso de conteúdo e pouco tempo de aula.

A falta de dedicação aos estudos é também citada como motivo para o fracasso na disciplina. Ou seja, o alto índice de reprovações é um conjunto de fatores que envolvem tanto o corpo docente quanto os alunos.

Outro trabalho que abordaremos nesta revisão é o capítulo 1 do livro *Série Educar -Volume 25 Matemática*, de organização da Editora Poisson. O capítulo 1 deste material vem com o tema: “O estudante e o ensino de Cálculo Diferencial e Integral”, escrito por Deyse Lohanny da Silva Feitosa, Edyvana Gabriela da Silva Teixeira, Leticia de Souza Silva, Maria Luely Santos de Oliveira e Roberta Modesto Braga (2020).

O objetivo foi discutir questões relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral sob o ponto de vista do estudante, assim descrevendo as relações entre os índices

de reprovação na disciplina de CDI e as dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem do conteúdo, identificando possíveis motivos que ocasionam reprovações nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, analisando os índices de reprovação nas disciplinas das turmas da universidade Federal do Pará, no curso de Licenciatura em Matemática e caracterizando quais suas maiores dificuldades no que se trata das disciplinas.

Já na introdução percebemos que as dificuldades acadêmicas já se iniciam na chegada do aluno a universidade já que se começa uma nova rotina, estudos mais complexos e novas relações interpessoais.

Tendo em mente que as noções básicas do Cálculo é funções, geometria e trigonometria se espera que o aluno ao ingressar o curso superior de licenciatura em matemática já possua esses conceitos bem definidos. Oliveira (2018) ressalta que um dos principais motivos para a ocorrência de déficit é a falta de conhecimentos prévios antes de adentrarem os cursos superiores.

Os fatores que contribuem para o fracasso do ensino de CDI dizem respeito a forma com que os alunos percebem os conceitos, a não capacidade de visualizar números discretos, o fator finito/infinito, na dificuldade da passagem da dualidade local/global, assim como o modo sistematizado que existe dentro do estudo de Cálculo Diferencial e Integral.

Em diversos momentos no decorrer do texto questões como a falta de oportunidade de consolidar uma base de conhecimento que pudesse deixar o estudante apto para ter domínio dos conteúdos específicos é colocada em evidência, assim como o obstáculo da transição do Ensino Médio para o Ensino Superior.

Para o ponto de vista epistemológico no trabalho se torna preciso romper a sistematização existente de CDI e na própria matemática de conceito, cálculo e aplicações.

Na pesquisa de Oliveira (2018) houve coleta de dados, questionário e sondagem para que se realizasse um levantamento a respeito do domínio dos estudantes em CDI. Neste estudo, de 81 alunos, 47 já reprovaram em Cálculo, 27 não compreendem os conceitos, 61 alegam que não existe a utilização de questões cotidianas e 64 que não existe a utilização de uma metodologia diferenciada na disciplina.

Sendo o uso de uma metodologia tradicional e conservada, com métodos de aulas expositivas, colocadas como um fator que gera dificuldades. Neste trabalho o Cálculo foi visto em 4 divisões Cálculo A, B, C e D, que para os fins desta revisão está sendo revisado os dados referentes a Cálculo A, já que a ementa é Números Reais. Limites e Continuidade. Derivadas. Estudo da Variação das Funções. Primitiva. Integral de Riemann. Técnicas de Primitivação. Teorema do Valor Médio. Fórmula de Taylor que se faz de encontro com os conteúdos trabalhados no que conhecemos como Cálculo I.

Fica claro por meio da metodologia qualitativa abordada, de pesquisa e coleta de dados com os alunos, que os estudantes têm dificuldade de compreender e dominar os conteúdos de limite e integral, que são conteúdos primordiais no Cálculo I (no material chamado de Cálculo A), e que se faz de base para os cálculos subsequentes.

As reprovadas na disciplina se fazem evidentes pela forma como foi desenvolvida e aprendida a matemática na educação básica, pois quando se chega na educação superior se associa a recepção, ou falta dela para os novos conceitos.

Para uma interação entre os materiais acima falados utilizaremos da tese de doutoramento em ciências da educação especialidade em educação matemática, que apresenta o tema "A aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia: Um estudo de caso com uma turma do primeiro ano", escrito por Álvaro Fernandes Serafim Filho (2016).

Ao propor uma série de atividades sistematizadas, se objetivava avaliar a evolução dos alunos na disciplina e suas dificuldades para a realização por meio de uma metodologia descritiva interpretativa.

Para os fins deste trabalho revisamos o tópico 2.3 que aborda a transição do ensino médio para o ensino superior e as dificuldades no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Existem nesta transição um choque entre a confiança do estudante em ter êxito nos seus estudos confiando no aprendizado que lhe foi construído na fase escolar e a espera do professor universitário em receber estudantes capacitados, gerando assim frustrações quando ambos são acometidos com resultados negativos no ensino superior.

Assim como nos trabalhos anteriores Rezende (2003) também é abordado ao se perguntar onde reside tanta dificuldade? Onde o autor utiliza de uma visão epistemológica para tratar a questão.

Álvaro Fernandes (2016) coloca os autores como Mariani, 2006; Müller, (2010); Santos & Matos, (2012), que trazem a prerrogativa da existência de barreiras cognitivas para a deficiência dos conceitos básicos dos alunos, de uma forma a parecer que muitos dos alunos não tiveram ou não assimilaram os conteúdos que por sua vez são estudados na educação básica, ou seja, os alunos possuem insuficiências para realizar cálculos básicos que por sua vez deveriam ter sido aprendidos antes do ensino superior.

Vários são os autores que encontram a mesma problemática da dificuldade no ensino e aprendizagem do cálculo como Flemming (2004) e Palis (2010), Garzella (2013), Santos e Matos (2012), Nasser (2009), Zuchi (2005), que são citados e trazidos durante o discorrer do tópico.

Dificuldades levantadas em trabalhar com potenciação e raízes, logaritmos, exponenciais, fórmulas trigonométricas e suas propriedades, dificuldades no traçado de gráficos, dificuldades encontradas pelos alunos que dentro da disciplina resultam em problemas na compreensão do conceito de limite, particularmente na definição formal com a simbologia  $\epsilon$ - $\delta$ .

A simbologia e a linguagem empregada na definição formal dos limites, segundo Cauchy, parecia realmente ser uma novidade para os alunos, e realmente era para uma grande maioria, e parte das dificuldades iniciais no ensino e aprendizagem aí se localizavam (BARTO, 2003; CELESTINO, 2008; FISCHBEIN, 1994; NASSER, 2007; ROBERT & SPEER, 2001; SILVA NETO, 2006).

## 3. CAPÍTULO III

---

### 3.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O marco teórico que norteará esta pesquisa é fundamentado nas teorias de Jean Piaget acerca do desenvolvimento e aprendizagem, observando em como se insere sua teoria ao analisarmos as dificuldades dentro do Cálculo Diferencial e Integral I.

Inicialmente iremos pensar na aprendizagem como um processo de acumulação. O estudo que utilizaremos neste trabalho é voltado para o desenvolvimento e aprendizagem, que tem seu início na embriogênese, ou seja, o processo da qual o embrião é formado e se desenvolve, terminando esse desenvolvimento apenas em sua vida adulta.

Somaremos esta informação vinda dos estudos de Piaget com a informação de que os seres humanos têm uma potencialidade natural para aprender Carl R. Rogers (1969).

Tudo isso com enfoque de conseguirmos entender como as dificuldades em Cálculo Diferencial e Integral I, podem ser entendidas em uma concepção psicológica de natureza humana, como veremos, parte das dificuldades em CDI não se encontram apenas no processo didático, no tratamento superficial dos conteúdos, em exercícios maçantes de repetição que não exigem interpretação.

É possível ver que a falta de compreensão, à má formação no ensino médio e de forma geral as lacunas na aprendizagem de matemática se acendem no ensino superior, porém que vem sendo arrastada desde os níveis de ensino mais básicos.

[...] o aluno proveniente do ensino público e que chega à faculdade, teve uma escolarização precária com todos os problemas que a caracterizam e vai iniciar a nova etapa de escolarização sem dominar conceitos e conteúdos básicos que o impedem de acompanhar as solicitações do meio universitário (SARAVALI, 2005, p. 100).

Contando com o referencial teórico, pretendemos entender com preceitos psicológicos da teoria piagetiana em como ocorre o desenvolvimento do sujeito e como esse desenvolvimento acontece para dentro da aprendizagem.

### **3.2 As contribuições de Jean Piaget**

Os estudos de Piaget visam à construção das estruturas do pensamento lógico-matemático e prioriza mais o processo que o produto do conhecimento. Este processo possui uma tendência Construtivista, cujo conhecimento matemático resulta da interação do indivíduo com o meio social. Piaget considera que a aprendizagem é desenvolvida por meio de situações, ou seja, não ocorre de forma espontânea, necessitando assim de um professor, de um agente externo, com isso surge a ideia de operação.

Operação é uma ação interiorizada, passível de mudanças, alterações e que quando juntas (operações diferentes que se interagem) formam estruturas capazes de dar base para o conhecimento.

Piaget (1978), define o conhecimento não como uma copia, mas sim uma interpretação, uma releitura daquilo que por alguém é transmitido (alguém recebe), vivenciado, observado. Tanto Piaget contribuiu para justificar o movimento de reforma quanto o movimento de reforma contribuiu para corroborar sua teoria. Para Piaget, o grande desafio da Epistemologia Genética foi descobrir por que as estruturas genéticas do sujeito, tendem a organizar-se seguindo um modelo lógico-matemático. O autor argumenta que o desenvolvimento do sujeito ocorre por sua ação e que a linguagem, apesar de acelerar o processo de generalização, não é seu fator determinante.

A partir da teoria de Piaget fundamentada no processo construtivista e a ideia central para a nossa pesquisa está nos estudos referentes ao processo de autor regulação ou equilíbrio que se faz como fator fundamental na aquisição do conhecimento lógico-matemático.

Piaget em seus estudos descreve estágios de desenvolvimentos e esse estudo foi denominado como epistemologia genética, que divide o estágio sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e operatório formal.

Esta divisão feita por Piaget (1978) nos mostra o grande motivo pelo qual comemoramos a passagem de cada mês de vida de uma criança, já que cada um deles para a psicologia faz marco da passagem do desenvolvimento. Os primeiros reflexos, os choros por fome, primeiros sorrisos, gargalhadas, as conversas, manhas, o período que a criança senta, engatinha, começa a andar, falar.

O estágio sensório-motor é aquele que ocorre nos primeiros 18 meses de vida, é neste momento que a criança desenvolve noções de permanência e conhecimento prático, que em certo tempo dará espaço ao conhecimento representativo.

O segundo, o pré-operatório (2 a 7 anos) dá início ao conhecimento simbólico e de linguagem, o que antes contruído, começa a se complementar, ganhando um sentido maior para a criança, ela ainda não possui operações, porém é a partir desta fase que novas mudanças acontecem.

No terceiro estágio (7 a 11 ou 12 anos) após passado pelos dois outros, começam a surgir as primeiras operações, que apenas no quarto estágio se tornam formais, esta fase compreende o período dos 11 ou 12 anos em diante e acompanha o ser humano por toda sua existência.

Por conta disso, entendemos o motivo de que uma criança de cinco anos (sem altas habilidades) não pode aprender alta matemática, já que ela não possui estruturas suficientes para assimilar e que a capacite a entender.

A aprendizagem ocorre em um esquema de estímulos-respostas, pelos estudos de Piaget, esta relação ocorre de forma contínua, um estímulo é assimilado por uma estrutura e esta estrutura é responsável por produzir uma resposta.

Ainda é afirmado que uma resposta pode existir antes mesmo que ocorra um estímulo, haja visto, que um estímulo é de fato um estímulo após tomar um significado.

Por meio de seus estudos Piaget demonstra como a aprendizagem é possível por meio das estruturas logico-matemáticas, com isso aquilo que se deseja ensinar necessita estar apoiada em estruturas lógico-matemáticas já que esta se encontra nas relações que a criança elabora na atividade de pensar o mundo.

De certa forma podemos desenvolver um novo aprendizado, em uma estrutura, baseando-nos em uma aprendizagem dita anteriormente em uma estrutura mais simples, “Essa ordem de sucessão mostra que, para que um novo

instrumento lógico se construa, é preciso sempre instrumentos lógicos preliminares; quer dizer que a construção de uma nova noção suporá sempre substratos, subestruturas anteriores” (PIAGET, 1978, p. 215).

O conhecimento lógico-matemático é construído a partir de ações efetuados sobre objetos, sendo possível observar o objeto, as ações, que ocorrem sobre este objeto e em como ocorrem as modificações.

Segundo Piaget (1973):

O papel inicial das ações e das experiências lógico matemáticas concretas é precisamente de preparação necessária para chegar-se ao desenvolvimento do espírito dedutivo, e isto por duas razões. A primeira é que as operações mentais ou intelectuais que intervêm nestas deduções posteriores derivam justamente das ações: ações interiorizadas, e quando esta interiorização, junto com as coordenações que supõem, são suficientes, as experiências lógico matemáticas enquanto ações materiais resultam já inúteis e a dedução interior se bastará a si mesmo. A segunda razão é que a coordenação de ações e as experiências lógico-matemáticas dão lugar, ao interiorizar-se, a um tipo particular de abstração que corresponde precisamente a abstração lógica e matemática (PIAGET, 1973, p.57).

Tudo isso para se chegar que a aprendizagem esta subordinada ao desenvolvimento e com isso se chega a dois princípios, o de assimilação e associação. O que vimos sobre estímulo-resposta pode ser entendida como associação e a assimilação é a integração de qualquer espécie de realidade em uma estrutura, tomada como relação fundamental na visão pedagógicas ou didáticas.

Sendo assim a aprendizagem ocorre por meio de sujeito ativo que constrói operações é necessário, portanto, que o indivíduo tenha estruturas cognitivas formais plenas que permitam a ele estabelecer as relações necessárias para a compreensão do conhecimento, atribuindo significado ao mesmo.

### **3.3 O Ensino Sob Visão Piagetiana.**

O conhecimento lógico-matemático fez parte dos estudos de Piaget e aqui veremos um pouco mais a respeito do ensino da matemática sob suas teorias. Piaget defende a aprendizagem que ocorre de forma ativa, onde o sujeito transcende o modo tradicional, repetitivo e chega a uma prática participativa.

Dentro de sua teoria o desenvolvimento cognitivo acontece do início e segue até o fim da vida do sujeito e com isso esse desenvolvimento também acontece na idade universitária e o processo operatório formal segue seu ciclo.

O acadêmico precisa por si só de autonomia, capacidade crítica de refletir e construir, ele necessita de ser ativo em seu processo de aprendizagem, com isso os mecanismos deste processo precisam estar ativos, já que o pensamento científico é a grande base para o sucesso acadêmico.

Piaget reflete em seus trabalhos a busca pela resposta em relação ao porque as estruturas genéticas do sujeito tendem se organizar seguindo o modelo lógico-matemático e com isso a crítica a respeito dos erros na matemática moderna, haja visto que seu enfoque esta na linguagem e não na ação.

A aprendizagem é o processo que explica a obtenção de uma nova estrutura que se é gerada com um processo de experiência. Na vida escolar cerca de 20% do tempo dedicado é voltado para o estudo de matemática e o desempenho dos alunos refletem no insucesso ou sucesso.

Na vida universitária se faz necessário que o acadêmico se torne parte ativa e com isso alcançar a período das operações formais se torna imprescindível, pois é neste momento que a relação com um mundo e com o conhecimento precisa fazer sentido.

## 4. CAPÍTULO IV

---

### 4.1 Cálculo Diferencial e Integral 1.

Neste capítulo abordaremos os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral e recorreremos a história para compreendermos como surgiram e como seus conceitos foram sendo desenvolvido no decorrer do tempo até a atualidade. Além disso, pretendemos situar o conceito de dentro da ementa de um curso de matemática licenciatura para assim compreender como e quando surgem na vida escolar dos alunos deste curso em específico.

Compreender os fatos históricos que envolvem os conceitos de CDI, bem como o seu surgimento na vida escolar para a compreensão das dificuldades encontradas pelos alunos acerca de seus conceitos, tendo em mente que grande parte dos conceitos de cálculo tem base no ensino fundamental e médio, ou seja, isso nos faz refletir dentro de nossa questão de pesquisa, se as dificuldades são de dentro da universidade ou se já são carregadas dos anos iniciais do ensino médio e básico.

### 4.2 Fatos Históricos e o Surgimento do Cálculo.

Quando se procura relatar a história do cálculo temos de voltar lá para a antiguidade por volta do século XVII, quando questões de cálculo de tangentes se fazem ligados. Tudo se inicia na época dos gregos antigos, que necessitavam de um tratamento rigoroso para os cálculos de tangente à curva.

Nomes como Arquimedes, Apolônio e Fermat aparecem quando tratamos da história do que conhecemos atualmente como Cálculo Diferencial e Integral, porém é com Newton e sua ideia de utilizar tangentes para estudar os movimentos dos planetas que as coisas se tornam historicamente importantes.

A produção científica envolta do estudo dos movimentos dos planetas e orbitas realizada por Newton englobou derivadas, integrais e também mecânica clássica. Naquela época grande parte dos estudiosos eram físicos e por assim

serem, também eram matemáticos e os problemas relacionados ao movimento (neste caso de orbitas e planetas) se fazia presente em grande maioria dos estudos.

Parte do que conhecemos hoje e em como conhecemos se aplicam aos resultados dos estudos de Newton e Leibniz, que por Newton em seu tratado de 1666, descreveu uma curva como duas linhas que se movimentaram representando o sistema de coordenadas. Para aquele estudo de época as derivadas e integrais eram partes separadas e o que vemos hoje como a integral sendo a inversa da derivada ainda não se conhecia.

Newton e Leibniz que são os grandes nomes do CDI, traçaram caminhos opostos para chegarem em um mesmo resultado. Leibniz diferente de Newton utilizou do pensando de grandezas que variam por uma sucessão de valores infinitamente pequenos e suas derivadas eram a diferença sucessiva entre esses valores.

Por seus distintos pensamentos e pela disputa em que seria o nome do Cálculo os matemáticos do Reino Unido se distanciaram dos do continente, ficando separados causando assim uma perda no avanço do Cálculo.

Outro estudioso, Augustin Louis Cauchy também aparece na história do Cálculo, foi ele o responsável em 1811 por provar que os ângulos de um poliedro convexo são determinados por suas faces, mas seu nome fica conhecido dentro do CDI em 1819 com a publicação do tratado "**Traité du calcul différentiel et du calcul intégral**" nos anos subsequentes as obras intituladas "**Cours d'analyse de l'école royale polytechnique**", "**Le Calcul Infinitésimal**" e "**Leçons sur les applications du calcul infinitésimal à la géométrie**" definiram o que hoje conhecemos como limite, derivada e integral.

Segundo Cauchy, uma quantidade infinitamente pequena não é zero, nem é uma quantidade constante menor do que qualquer quantidade finita, mas é uma variável que se aproxima de zero.

René Descartes também faz parte dos grandes estudiosos daquela época dentro do Cálculo, ele foi um dos precursores da álgebra moderna e da utilização de letras como símbolos para representar incógnitas, foi ele que em 1637 deu origem a Geometria Analítica e alguns de seus estudos foram voltados para

questões que envolvem tangentes, por este motivo seu nome também é lembrado quando falamos da história do Cálculo Diferencial e Integral.

Jean Le Rond D'Alembert, o D'Alembert já antes citado, foi o pioneiro no estudo das equações diferenciais parciais, com trabalhos de 1747 ele afirmou que "a diferenciação de equações consiste simplesmente em achar os limites da razão de diferenças finitas de duas variáveis contidas na equação".

Foi em uma de suas definições a respeito de quantidade e limite que ele ajudou a definir o conceito de fundamento do Cálculo Diferencial, assim como sua própria utilização de limite para resolver o problema da tangente.

D'Alembert e Robins salientam que o Cálculo opera limites de razões de diferenças finitas de quantidades variáveis que se encontram interrelacionadas.

D'Alembert explicou o conceito de limite da seguinte forma:

"Diz-se que uma grandeza é o limite de outra grandeza quando a segunda pode aproximar-se da primeira tanto quanto se queira, embora a primeira grandeza nunca possa exceder a grandeza da qual ela se aproxima; de modo que a diferença entre tal quantidade e seu limite é absolutamente indeterminável."

O que queremos observar por essa passagem é que tudo se iniciou por uma simples questão envolvendo movimento dos planetas e Cálculo com tangente, a "criação" do CDI se fez por um processo longo, que envolveu diversos nomes e concepções matemáticas e físicas diferentes.

#### **4.3 Cálculo Diferencial e Integral 1 nos Cursos de Matemática Licenciatura**

Analisamos para os devidos fins o Projeto Pedagógico Curricular (2020) da Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul, unidade universitária de Nova Andradina para vermos os conteúdos, carga horária e até mesma a bibliografia utilizada no curso.

A disciplina de CDI é inserida no primeiro ano do curso, com uma carga horária de 204 horas, em sua ementa são abordados Números reais. Funções reais de uma variável real. Limite e continuidade. Derivada. Aplicações de derivada. Integral indefinida. Integral definida: o teorema fundamental do cálculo. Aplicações da integral, tudo isso com objetivo de possibilitar a compreensão do conceito de

limite e continuidade de funções de uma variável real bem como o conceito de derivada, integral e suas aplicações.

Como bibliográfica são utilizados o livro Um curso de cálculo, do escritor Luiz Guidorizzi, Cálculo A: Funções, Limite, Derivação, Integração de M. D. Flemming e o livro Cálculo do escritor J. Stewart, além de uma bibliografia complementar.

Observando o projeto pedagógico (2018) do curso de matemática licenciatura da UEMS unidade de Dourados, temos a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I na segunda série do curso, com carga horária de 136 horas.

Em sua ementa se encontra os conceitos Limites. Continuidade. Teoremas: do Anulamento, do Valor Intermediário e de Weierstrass. Derivadas. Derivada da função inversa. Estudo da Variação das Funções: Teorema do Valor Médio; Intervalos de Crescimento e Decrescimento de uma função; Concavidade e pontos de inflexão; Regras de L'Hospital; Gráficos; Máximos e Mínimos de uma função contínua em um intervalo fechado; Aplicações da Derivada; Primitivas; Integral de Riemann; Teorema Fundamental do Cálculo; Aplicações da Integral definida; Teoremas: de Rolle; do Valor Médio e de Cauchy; Integrais Impróprias; Polinômio de Taylor de uma variável, com objetivos de compreender os problemas envolvendo limites, continuidade, diferenciação e integração de funções reais de uma variável real.

Em sua bibliografia indicada estão os livros Cálculo A. Do escritor M. D. Flemming, Um Curso De Cálculo de Luiz H. Guidorizzi e o livro Cálculo de J. Stewart, além de uma bibliográfica complementar.

Ou seja, ambos projetos pedagógicos dos cursos oferecem a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I com cargas horárias e ementa distintas, utilizando uma mesma bibliografia.

Todas essas informações, são para entendermos que a disciplina de CDI, pode ser entendida com outra nomenclatura, seja ela Cálculo I ou Cálculo A; retornando assim aos conteúdos que nela são trabalhados, onde para nossa revisão e desenvolvimento buscamos encontrar matérias que reflitam para tal realidade.

Sob outra perspectiva observamos tais conteúdos compõem a disciplina, haja visto que veremos ao decorrer da pesquisa muitas falas voltadas para a base matemática que o aluno precisar ter construído em sua vida escolar, assim podendo

linhar, pesquisar e refletir, qual a base seria necessária para que o acadêmico compreendesse tais conteúdos que são cobrados no ensino superior.

#### **4.4 A Problemática e os trabalhos já realizados.**

Datamos a criação do Cálculo Diferencial e Integral ou ainda o Cálculo Infinitesimal nos anos de 1666/1676, porém sua implementação no currículo brasileiro ocorreu pela primeira vez no curso Matemático da Real Academia Militar do Rio de Janeiro em 1810.

Atualmente a disciplina de Cálculo Diferencial Integral se encontra em diversas ementas de cursos superiores, a se iniciar nos cursos de engenharia, pois desde os tempos antigos a matemática ensinada priorizava a formação de militares e de engenheiros. Oliveira (2004), afirma que:

A Matemática, em particular o Cálculo Infinitesimal, exerceu o seu papel de disciplina de serviço na educação dos estudantes de engenharia. Tinha a finalidade de atender às necessidades dos estudantes em seu Curso, capacitando-os para o exercício de suas futuras funções (OLIVEIRA, 2004, p.22).

Logo quando pensamos em reprovos, baixos rendimentos, evasões, não estamos presos a uma única realidade ou a uma realidade isolada, como vimos por nossa revisão de literatura os dados são alarmantes e a preocupantes, Polydoro 2000 retrata isso em seu trabalho, de modo a olhar que estas evasões no ensino superior já acontecem desde 1972, se fazendo como uma preocupação para as universidades e para o Ministério da Educação (MEC).

Observando que se existem reprovos, baixos rendimentos, evasão existe um motivo para que isso aconteça e a partir disso surge a nossa problemática e questão de pesquisa em quais os fatores determinam ou contribuem para a ocorrência de dificuldades que acarretam baixo rendimento e reprovos dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, agora focados nos cursos de Matemática Licenciatura.

Vemos pelos trabalhos de Wagner Quintão, Soares de Mello, Wanderley Rezende, Nasser, Sousa e Torraca, autores que compõem a bibliografia desta pesquisa que as dificuldades e problemas elencados a nossa problemática se remetem a uma série de dificuldades sendo elas:

- a) A falta de domínio dos pré-requisitos;
- b) Do uso de uma abordagem operacional;
- c) De natureza psicológica;
- d) À falta de didática dos professores universitários;
- e) O tratamento superficial, exercícios maçantes de repetição, dentre outros.

Para este capítulo da pesquisa vamos abrir espaço para artigos que trazem esta problemática e resultados por meio de investigação para que assim possamos observar as dificuldades dentro dos conteúdos que se fazem presentes dentro da ementa da disciplina.

Sabemos que não existe uma dificuldade isolada, mas sim que a junção de fatores traz resultados, como já dito a transição do ensino médio para a vida universitária traz consigo mudanças e impactos e que a falta de base solidas e concretas de conceitos matemáticos básicos é uma dificuldade.

O fracasso em CDI se encontra no modo sistematizada existente na disciplina, além de dificuldades em trabalhar com potências, raízes, logaritmos, exponenciais, fórmulas trigonométricas e propriedades, em traçar gráficos, ou seja, a dificuldade em CDI vem diretamente ligada aos conceitos de matemática básica.

Consideremos aqui além de nossa revisão bibliográfica, o artigo feito a partir da dissertação apresentada para a obtenção do grau de mestre pelo programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, com o título, Dificuldade na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar de Marcelo Cavasotto e Lori Viali, além do artigo Cálculo Diferencial e Integral I: Analisando as Dificuldades dos Alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática.

Ambos os artigos partem de uma pesquisa de investigação com metodologia de análise de erros e é a partir delas e dos outros materiais levantados que responderemos quais os fatores determinam ou contribuem para a ocorrência de dificuldades que acarretam baixo rendimento e reprovos dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Essa pesquisa traz consigo méritos de contribuições pessoais, haja visto que a realidade vista por uma acadêmica de curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, junto com sua experiência dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, foram os propulsores para tal pesquisa.

Pontuaremos assim as dificuldades em Cálculo Diferencial e Integral I em três fatores, sendo eles, aluno, professor e instituição.

Pensando inicialmente em nossa fundamentação teórica, que diante da visão Piagetiana defendida, o ser humano adquire conhecimento por meio de acumulação e não só apenas isso, tal função de aprendizagem é desenvolvida por meio de situações. Situações essas que se caracterizam por atividades (prática, teóricas), inquietações, perguntas, investigações.

Ou seja, se faz necessário um mediador do conhecimento que se deseja construir, acomodar e assimilar ao aluno, tal mediador nomeamos como professor. Utilizaremos dessa informação ao ver que uma das dificuldades dos acadêmicos se voltam a metodologias ditas ultrapassadas ou inadequadas.

Quando pensamos na falta de interpretação dos alunos e nos debruçamos na definição de conhecimento trazida por Piaget, entendemos que tais dificuldades não são de fato novidade e aqui chegamos no fator transição entre os níveis de ensino.

As dificuldades trazidas por grande parte dos trabalhos utilizados para esta pesquisa são decorrentes de déficit de aprendizagem nos níveis básicos, onde são apontados pelos alunos que tal matemática aprendida no ensino fundamental e médio não são suficientes para o nível cobrado nas universidades.

A falta de hábito de estudo dos acadêmicos, como visto por Marcelo Cavasotto e Lori Viali (2011), não fica de fora quando tratamos das dificuldades em CDI, ou seja, a criação de uma rotina de estudo, de busca por novas fontes

de conhecimento dedicação para dentro da disciplina, são fatores considerados neste levantamento.

Dificuldades de aprendizagem, seja ela nos conteúdos novos ou até mesmo em conceitos antigos, em interpretar, organizar ideias, buscar informações e fontes de conhecimento, na linguagem matemática e algébrica.

Deyse Lohanny da Silva Feitosa, Edyvana Gabriela da Silva Teixeira, Leticia de Souza Silva, Maria Luely Santos de Oliveira, Roberta Modesto Braga pontuam bem em seu trabalho ao discorrer que para compreender os conceitos de Limite, Derivada, Primitiva dentre outros assuntos abordados em CDI, uma base matemática sólida se faz necessária, percebendo assim tal lacuna.

Os alunos não conseguem construir estruturas lógico-matemáticas, vezes por situações epistemológicas, por falta de hábito, por metodologias erradas ou por qualquer que seja o fator, e isso se é pesquisa no trabalho de Wanderley Moura Rezende (2003).

Com tais dificuldades elencadas podemos então pensar em como superá-las, ou até mesmo de forma pontual estudar alguma dessas dificuldades mapeando sua origem de modo a poder diagnosticar suas causas e em como ela afeta a vida estudantil não apenas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Pensando em uma dificuldade específica de conteúdo podemos analisar em qual fase do ensino se insere tal realidade ao aluno, para que assim possamos localizar e sondar assertivamente tal situação. Ou somente que a partir deste trabalho possa surgir reflexões a respeito do tema.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ALMEIDA, Wagner Quintão. **Dificuldade dos alunos no aprendizado de Cálculo Diferencial e Integral I: uma reflexão**. 2016. 55 p. Monografia (Curso de Especialização em Matemática para Professores) - Departamento de Matemática da UFMG, [S. l.], 2016.

BARRETO, A. **O Ensino de Cálculo I nas Universidades**. Informativo da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM (6) 4-5. 1995.

CAVASOTTO, Marcelo; VIALI, Lori. Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar. **BOLETIM GEPEM**, [s. l.], ed. 59, p. 15-33, 2011.

DA SILVA, Abel Patrik Cantor *et al.* Cálculo Diferencial e Integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem. **Caminhos da Educação Matemática**, [s. l.], v. 7, ed. 2, 2017.

FILHO, Álvaro Fernandes Serafim. **A aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia**: Orientador: Doutora Maria Helena Silva de Sousa Martinho. 2016. 344 f. Um estudo de caso com uma turma do primeiro ano (Doutoramento em Ciências da Educação Especialidade em Educação Matemática) - Universidade do Minho Instituto de Educação, [S. l.], 2016.

GERHARDT, Tatiana Engel & SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

LIMA, Gabriel Loureiro de. **O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Brasil entre 1810 e 1934: os cursos das escolas militares do Rio de Janeiro e da Escola Politécnica de São Paulo**. .. Pesquisa (Doutoramento no Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, [S. l.], .

NASSER, Lilian; SOUSA, Geneci Alves de; TORRACA, Marcelo André A. Desempenho em cálculo: investigando a transição do ensino médio para o superior. **BOLETIM GEPEM**, [s. l.], n. 70, 2017.

OLIVEIRA, Antônio Júnior de. **Aprender Matemática no Ensino Superior: desafios e Superação**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 03, Ed. 05, Vol. 03, pp. 94-103, Maio de 2018. ISSN:2448-0959.

PIAGET, J. **Psicologia e epistemologia**: por uma teoria do conhecimento. Tradução Agnes Cretella. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense, [1973], 1978.

POLYDORO, S. A. **O trancamento de matrícula na trajetória acadêmica no universitário: condições de saída e de retorno à instituição.** Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, p. 145, 2000.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** 2003. 468f. São Paulo. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, SP, 2003.

SARAVALI, E. G. B. Dificuldades de aprendizagem no ensino superior: reflexões a partir da perspectiva piagetiana. **ETD Educação Temática Digital**, Campinas, v. 6, n. 2, p. 99-127, 2005a. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/etd/article/view/1660>>. Acesso em: 10 jan. 2022.

SENA, Thainã T. Oliveira; DE SOUZA, Ademária A. Causas de dificuldades no Ensino-Aprendizagem de Cálculo diferencial e integral na perspectiva dos alunos e dos professores do curso de matemática da UFAL – Campus de Arapiraca. **XXXV CNMAC**, Natal-RN, ano 2014, v. 3, ed. 1, 2015.

**Série Educar- Volume 25 – Matemática/Organização: Editora Poisson Belo Horizonte–MG: Poisson, 2020.**

VASCONCELLOS, C. dos S. **Construção do conhecimento em sala de aula.** São Paulo: Libertad, 2004.