

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

DAIANE GOMES DA SILVA

TEOREMA DE PITÁGORAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Nova Andradina - MS

2020

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

DAIANE GOMES DA SILVA

TEOREMA DE PITÁGORAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Trabalho de conclusão de curso, apresentado à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul - Unidade de Nova Andradina, como requisito final para a conclusão da Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Luiz Oreste Cauz

Nova Andradina - MS

2020

TEOREMA DE PITÁGORAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, como requisito final para a obtenção do Título de Licenciada em Matemática sob a orientação do Prof. Me. Luiz Oreste Cauz.

Banca Examinadora



Prof. Me. Luiz Oreste Cauz (Orientador)

Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul



Prof. Dra. Kátia Guerchi Gonzales

Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul



Prof. Me. Sandra Albano da Silva

Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul

AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente à Deus, que sempre me deu força para que eu não desistisse deste meu sonho, à minha família e amigos, que estiveram ao meu lado durante todo trajeto da minha graduação, ao meu orientador, Prof. Me. Luiz Oreste Cauz, por toda paciência que teve comigo, e a todos que contribuíram mesmo que indiretamente para a conclusão deste.

EPÍGRAFE

“A Evolução é a Lei da Vida, o Número é a Lei do Universo, a Unidade é a Lei de Deus.”

- Pitágoras de Samos

RESUMO

O presente trabalho traz, baseado nos documentos legais do ministério da educação, PCN, BNCC, PNLD, entre outros, uma análise de como o teorema de Pitágoras vem sendo apresentado nos livros didáticos. Foram analisados cinco livros didáticos, do nono ano do ensino fundamental, a fim de averiguar se as competências e habilidades requeridas em tais documentos estavam de fato sendo colocadas em práticas. Foi analisado também como cada autor fez a introdução do conteúdo e quais métodos foram usados. Em suma, a maioria das obras obedece aos requisitos, porém nem todas, demonstram interesse em buscar aproveitamento da história e poucas obras conseguiram conciliar o teorema com a realidade do aluno.

Palavras – chave: Geometria. Ensino Fundamental. Triângulos retângulos.

ABSTRACT

The present work brings, based on the legal documents of the Ministry of Education, PCN, BNCC, PNLD, among others, an analysis of how the Pythagorean theorem has been presented in textbooks. Five textbooks, from the ninth grade of elementary school, were analyzed in order to ascertain whether the competencies and skills required in such documents were in fact being put into practice. It was also analyzed how each author introduced the content and which methods were used. In short, most of the works obey the requirements, but not all of them show interest in seeking to use the history and few works have managed to reconcile the theorem with the student's reality.

Keywords: Geometry. Elementary School. Right Triangles.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Pitágoras (570-490 a. C.) rodeado de objetos que representam a matemática, a música e astronomia	13
Figura 2: Teorema de Pitágoras	15
Figura 3: Relações Métricas no Triângulo Retângulo.....	16
Figura 4: Triângulo pitagórico feito no Geogebra.....	17
Figura 5: Triângulo Retângulo	17
Figura 6: Quadrado ABCD	19
Figura 7: Triângulo Equilátero	20
Figura 8: Altura do triângulo equilátero	21
Figura 9: Quadrado ABCD	22
Figura 10: Diagonal do Quadrado ABCD	22
Figura 11: Triângulo ACDE	22
Figura 12: BIANCHINI, E. Matemática Bianchini. 9ª série. Ed 9. São Paulo: Moderna, 2018 – Manual do professor/ Material de divulgação.	24
Figura 13: SAMPAIO, Fausto Arnaud. Trilhas da Matemática. 9ª série. Editora Saraiva – Manual do professor/ Material de divulgação.	26
Figura 14: Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. Praticando matemática 9 – 3ª ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil. – (Coleção praticando matemática; v. 9) 2018 – Manual do professor/ Material de divulgação.	27
Figura 15: Luiz Roberto Dante. Projeto Teláris: Matemática 9 – São Paulo: Editora Ática. – (Coleção Projeto Teláris: Matemática; v. 9) 2018 – Manual do professor/ Material de divulgação.....	28
Figura 16: Luiz Roberto Dante. Projeto Teláris: Matemática 9 – São Paulo: Editora Ática. – (Coleção Projeto Teláris: Matemática; v. 9).....	29
Figura 17: Araribá mais matemática: manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editores Mara Regina Garcia Gay, Willian Raphael Silva. – 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2018. Manual .	30

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
2. DESENVOLVIMENTO	10
2.1. O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA NA PRÁTICA PEDAGÓGICA.....	10
2.1.1. Acesso a recursos pedagógicos	10
2.1.2. Ajuda na prática pedagógica diária	11
2.1.3. O livro didático de Matemática no cotidiano do aluno e a realidade local de cada escola	11
2.2 PCN´S.....	12
2.3. PITÁGORAS DE SAMOS (Biografia).....	13
2.3.1. Pitagorismo.....	14
2.4. TEOREMA DE PITÁGORAS	15
2.4.1. DEMOSTRAÇÕES.....	17
2.4.2. EXEMPLO DE APLICAÇÕES NA GEOMETRIA	20
3 - ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA.....	24
3.1. MATEMÁTICA BIANCHINI.....	24
3.2. TRILHAS DA MATEMÁTICA	26
3.3. PRATICANDO MATEMÁTICA.....	27
3.4. PROJETO TELÁRIS	28
3.5. ARARIBÁ MAIS MATEMÁTICA	30
4. CONCLUSÃO	32
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34

INTRODUÇÃO

Pitágoras de Samos, matemático, filósofo, astrônomo e músico, desenvolveu o que hoje conhecemos como teorema de Pitágoras, este que será detalhado a seguir.

O Teorema de Pitágoras é abordado pela primeira vez no 9º ano do ensino fundamental e depois nos anos subsequentes. Entretanto encontra-se um pouco de dificuldade dos alunos em aprender este conteúdo.

Na matemática o livro didático é um dos recursos mais presentes, funcionando como uma forte referência para consolidação do saber escolar. O livro é uma fonte de informação que auxiliará na elaboração de um determinado conteúdo pelo professor. Cada autor busca tratar o tema de uma forma diferenciada, então, este artigo traz uma análise dos principais livros didáticos, seguindo o PNLD (Plano Nacional do Livro Didático). O PNLD programa que avalia e disponibiliza as obras gratuitamente. As obras podem ser escolhidas pelas escolas de acordo com inscrições no PNLD e avaliações pedagógicas coordenadas pelo Ministério da Educação e então esses livros serão distribuídos de acordo com projeções do censo escolar.

Na BNCC (Base Nacional Comum Curricular), o conteúdo é exigido nas competências (EF09MAT13): Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MAT14): Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. Em nossa pesquisa bibliográfica, também vamos nos basear no PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais). Assim, conhecer previamente como os conteúdos são abordados, poderá facilitar o modo de trabalho do professor.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA NA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Sendo considerado o recurso mais utilizado pelos professores da educação básica, o acesso ao livro didático é um direito do aluno da educação básica no Brasil, direito este garantido por diversos dispositivos legais.

Em 2019 foram distribuídos mais de 126 milhões de livros didáticos que garantiram este direito a mais de 35 milhões de alunos em todo o país, sendo este devido principalmente às políticas de distribuição gratuita para escolas públicas, conquistado pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), que teve sua criação em 1985.

Devido a sua presença em praticamente todas as escolas públicas brasileiras, o livro didático ainda é a principal ferramenta utilizada no processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN) a importância do livro didático se destaca, porém cabe ao professor utilizar outros materiais também:

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento. (Parâmetros curriculares nacionais: Matemática, 1998).

2.1.1. Acesso a recursos pedagógicos

Ainda, de acordo com dados do Censo Escolar 2017, A Grande maioria dos alunos da educação básica brasileira encontra no livro didático seu único acesso ao conhecimento, em razão disto, mais de 4/5 dos professores da rede pública vem utilizando esse recurso em sala ao menos uma vez por semana.

Sendo assim, como o livro didático ainda é o único recurso para muitos professores e alunos devem então ser bem trabalhados, buscando sempre seu melhor aproveitamento e conseqüentemente maximizar seus benefícios.

2.1.2. Ajuda na prática pedagógica diária

Também podemos ressaltar outros pontos positivos do uso destes, como por exemplo, o livro didático nas práticas pedagógicas, pois este é de grande ajuda no planejamento de aulas pelos professores. Em um contexto geral os professores o utilizam principalmente para a preparação de suas aulas, o planejamento anual e preparar provas e avaliações.

A coleção de livros escolhidos traz a versão, *Manual do Professor*, que traz além de sugestões e resoluções, bases teóricas e as concepções de ensino que inspiraram seu desenvolvimento e orientações didáticas que o professor pode integrar em sala de aula. Então o desafio a partir deste ponto é saber como utilizar o livro didático de forma estratégica durante as atividades em sala de aula.

2.1.3. O livro didático de Matemática no cotidiano do aluno e a realidade local de cada escola

Os livros didáticos não são elaborados focados na diversidade de discursos, cultural, diferenças sociais e de currículo presentes nas escolas brasileiras, devido a isto se destaca a importância de os professores adaptarem os conceitos presentes no material para a realidade escolar e para a filosofia que utiliza no seu processo de ensino, mesmo depois destes serem selecionados.

O professor como sendo o contato direto com cada aluno, turma, deve utilizar o livro didático de maneira a adaptar o máximo possível seu uso, enquanto para algumas pode aplicar mais exercícios, para outras, mais conteúdos, observando sempre a necessidade de cada uma.

2.2 PCN'S

Os Parâmetros Curriculares Nacionais são diretrizes que buscam orientar os professores acerca de caminhos que levem seus alunos, não apenas, aprender o conteúdo matemático ali proposto, como também, trabalhar sua filosofia de ensino e de aprendizagem e destacar a estruturação e o desenvolvimento do pensamento destes alunos para a formação básica de sua cidadania. Assim também como conhecer e valorizar todo o contexto sociocultural, inclusive de diferentes etnias, respeitando todas as características individuais.

Assim como o próprio PCN resume, em seu contexto, são apontadas as possíveis conexões entre os blocos de conteúdos, entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento e suas relações com o cotidiano e com os Temas Transversais. Os blocos de conteúdos e suas conexões são: Números e operações (Aritmética e Álgebra); Espaço e formas (Geometria); Grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria) e Tratamento da informação (Estatística Combinatória e Probabilidade).

Também temos em evidencia os temas transversais nos quais entram Ética, Saúde, Meio Ambiente, Pluralidade Cultural e Orientação Sexual, gerando assim a necessidade de maior interação entre os professores a fim de proporcionar aos alunos aulas interdisciplinares e assim mais próximas a realidade destes.

Em suma podemos destacar alguns pontos fortes destes parâmetros, eliminação do ensino mecânico da Matemática; Prioridade para a resolução de problemas; Melhor aproveitamento do conteúdo como meio para desenvolver ideias matemáticas fundamentais; Uso da história da Matemática como auxiliar na compreensão de conceitos matemáticos; Uso de recursos didáticos (calculadoras, computadores, jogos) durante todo Ensino Fundamental; Ênfase ao ensino da Geometria (que vem ser o principal conteúdo do nosso artigo); entre outras.

Para finalizar podemos concluir com um trecho do PCN, a fim de consolidar a ideia e importância de tais parâmetros.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso,

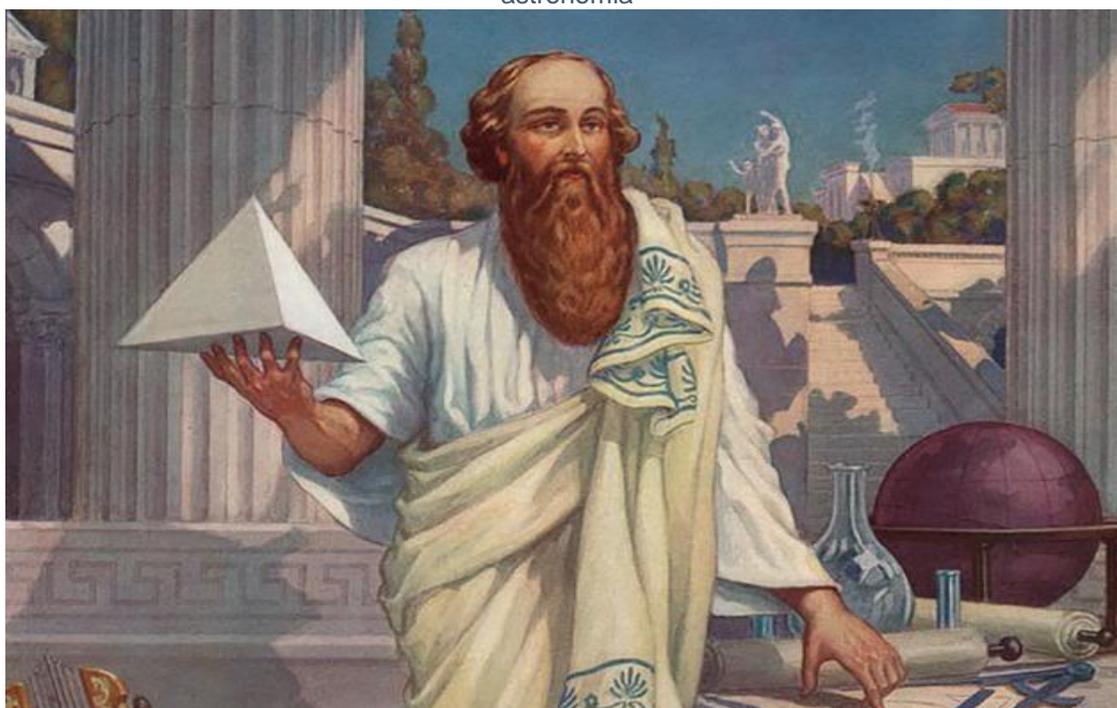
pretende-se criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICA, 1998).

2.3. PITÁGORAS DE SAMOS (Biografia)

Pitágoras de Samos foi considerado um dos grandes filósofos pré-socráticos e matemáticos da Grécia Antiga. Tudo que se sabe sobre ele foi contado, ou presumido.

Então de acordo com o conhecido, para ele “*tudo é número*”, frase que indica uma explicação para a realidade e tudo que existe no mundo. A ele foi atribuído o uso e criação dos termos “filósofo” e “matemática”.

Figura 1: Pitágoras (570-490 a. C.) rodeado de objetos que representam a matemática, a música e astronomia



Fonte: Bezerra, Juliana/ www.todamateria.com.br/pitagoras.

Nascido na ilha grega de Samos, na costa jônica, por volta de 570 a.C. onde estudou matemática, astronomia, música, literatura e filosofia.

Tales de Mileto foi um seu orientador quando este morou em Mileto, mas devido a perseguições por suas ideias revolucionárias, mudou-se para “*Crotona*” no Sul da Itália.

Fundou ali, a então conhecida como, “*Escola Pitagórica*”, uma escola de caráter místico-filosófico.

Porém, passou por perseguições novamente, optando por deixar Crotona e partir para o Egito, onde através de observações às pirâmides, desenvolveu seu trabalho mais conhecido, o Teorema de Pitágoras.

Já em Metaponto, na região sul da Itália em 490 a.C. com aproximadamente 80 anos, que o filósofo veio a falecer.

2.3.1. Pitagorismo

Pitágoras dizia que, os números são a base da vida na terra. Baseado nesse pensamento, surge o Pitagorismo (ou Escola Pitagórica). Os seguidores de Pitágoras eram chamados pitagóricos, dentre estes se destacam, Filolau de Crotona, Temistocleia, Alcmeão, Arquitas de Tarento, e Melissa.

Em sua escola, ministrou aulas nas áreas matemática (aritmética e geometria), música, astronomia, filosofia, religião, política e moral.

Ainda segundo o matemático, os números são como a harmonia e a ordem, ou seja, em sua visão considerava os números como a essência de todas as coisas. Essa teoria de Pitágoras surgiu através de suas observações entre a harmonia dos acordes musicais, sendo considerada assim essa concepção pelos seus seguidores, não somente matemática, mas também mística e espiritual.

Eles então, nesse sentido desenvolveram uma concepção espiritual da existência humana, que dizia que era importante esses estudos uma vez que abre o campo para a medicina, anatomia, e por fim dizia que a alma era libertada do corpo após a morte.

Em suma eles acreditavam no desenvolvimento das virtudes ainda em vida e na reencarnação. Conforme as virtudes conquistadas durante a trajetória terrena, teriam como resultado, uma reencarnação numa forma de existência mais elevada.

Os pitagóricos não descobriram apenas o teorema de Pitágoras, mas também o que chamamos hoje de números figurados e números perfeitos. Pitágoras também deixou contribuições na área da astronomia, como deslocamento dos astros utilizando conceitos matemáticos e avanços com questões sobre a esfericidade do planeta Terra.

Essa teoria baseada num cosmo harmônico ficou conhecida como “*Teoria da Harmonia das Esferas*”.

2.4. TEOREMA DE PITÁGORAS

O teorema relaciona o comprimento dos lados (catetos e hipotenusa), de um triângulo retângulo. Temos que

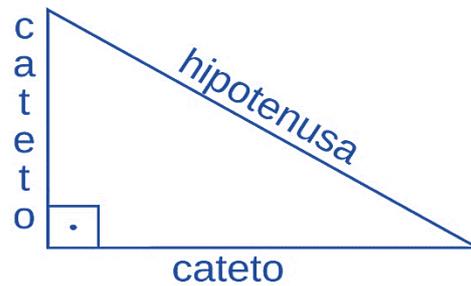
Figura 2: Teorema de Pitágoras

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

Fonte: BIANCHINI, E. Matemática Bianchini.9ª série. Ed 9.

Chamamos de “hipotenusa”, o lado oposto ao ângulo reto e é o maior lado de um triângulo retângulo. Os outros dois lados adjacentes ao ângulo de 90° são os “catetos”.

Figura 3: Relações Métricas no Triângulo Retângulo



Fonte: A autora

Dizemos que um triângulo é pitagórico, quando as medidas de seus lados são números inteiros positivos.

Assim, chamamos os catetos e a hipotenusa de “terno pitagórico” ou “trio pitagórico” e para verificar se três números formam um trio pitagórico, usamos a relação que caracteriza o teorema.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

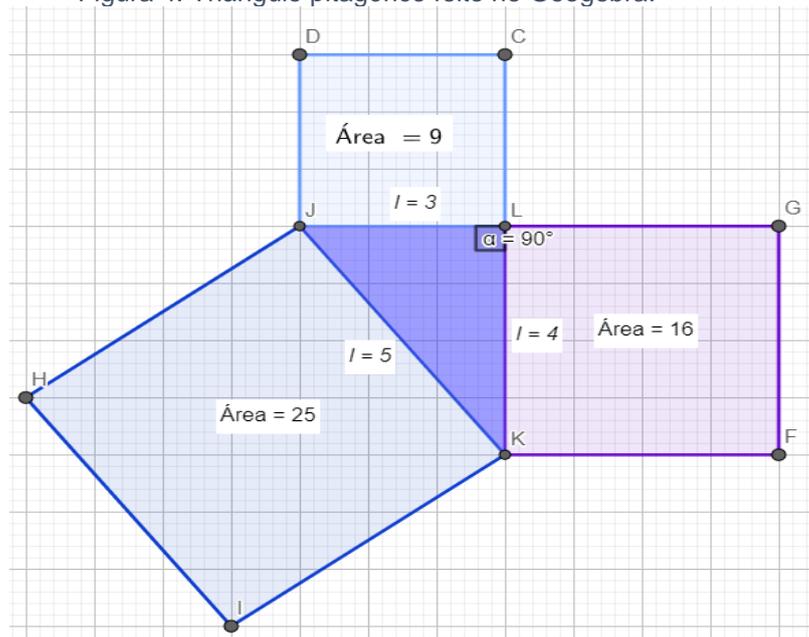
O trio pitagórico mais conhecido é representado pelos números: 3, 4, 5. Com a hipotenusa igual a 5, o cateto maior igual a 4 e o cateto menor igual a 3, como representado abaixo através do programa *Geogebra*.

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$25 = 16 + 9$$

$$25 = 25$$

Figura 4: Triângulo pitagórico feito no Geogebra.

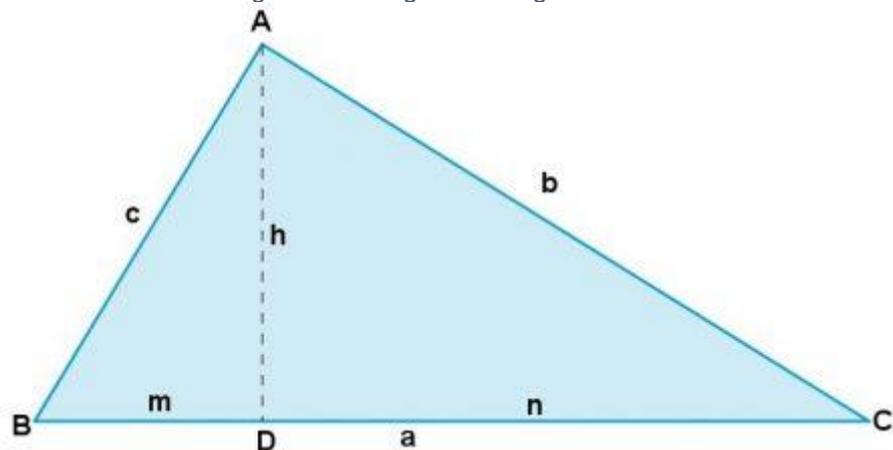


Fonte: A autora

2.4.1. DEMOSTRAÇÕES

Existem muitas demonstrações para o Teorema de Pitágoras. Por exemplo, o livro *The Pythagorean Proposition*, publicado em 1927, apresentava 230, mas que em outra edição, lançada em 1940, aumentou para 370 demonstrações. Porém, vamos explorar aqui apenas duas demonstrações do teorema. Primeiro vamos utilizar o triângulo retângulo e suas relações métricas como base para nossa demonstração:

Figura 5: Triângulo Retângulo



fonte: <https://www.infoescola.com/matematica/teorema-de-pitagoras>

Considerando que o triângulo ABC é congruente ao triângulo DAC, temos a seguinte relação:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow b^2 = a.n$$

Considerando que o triângulo ABC é congruente ao triângulo DBA, temos a seguinte relação:

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = a.m$$

Agora vamos somar, membro a membro essas duas equações:

$$b^2 = a.n$$

$$c^2 = a.m$$

$$b^2 + c^2 = a.n + a.m$$

$$b^2 + c^2 = a(n + m)$$

Observe que $n + m = a$, assim:

$$b^2 + c^2 = a(n + m)$$

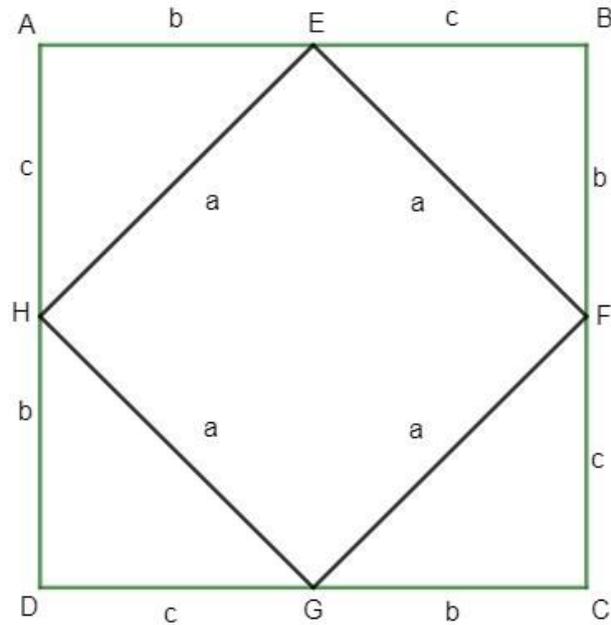
$$b^2 + c^2 = a.2$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

■

Agora para esta segunda demonstração do teorema, vamos considerar o seguinte quadrado:

Figura 6: Quadrado ABCD



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/teorema-pitagoras.htm>

Vamos determinar primeiro a área do quadrado ABCD.

$$A_{ABCD} = (b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$$

Em seguida determinar a área do quadrado EFGH.

$$A_{EFGH} = a^2$$

Desta forma notamos que existem quatro triângulos congruentes:

$$AEH \equiv BEF \equiv CFG \equiv DGH$$

Como terceiro passo, vamos calcular a área desses triângulos:

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot c}{c}$$

Como último passo requer o cálculo da área do quadrado EFGH utilizando a área do quadrado ABCD. Veja que, se considerarmos a área do quadrado ABCD e retirarmos a área dos triângulos, que são as mesmas, sobra somente o quadrado EFGH, então:

$$A_{EFGH} = A_{ABCD} - 4 \cdot A_{\Delta}$$

Substituindo os valores encontrados no primeiro, segundo e terceiro passo, vamos obter:

$$a^2 = b^2 + 2bc + c^2 - 4 \frac{bc}{2}$$

$$a^2 = b^2 + 2bc + c^2 - 2bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

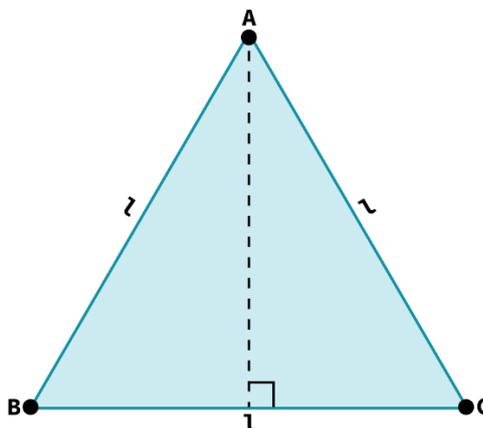
2.4.2. EXEMPLO DE APLICAÇÕES NA GEOMETRIA

Na geometria podemos utilizar esse teorema para facilitar o cálculo da altura de um triângulo equilátero (triângulo com os lados iguais) e o cálculo da diagonal de um quadrado.

Altura do triângulo equilátero

Dado um triângulo equilátero ABC, com lados e ângulos iguais.

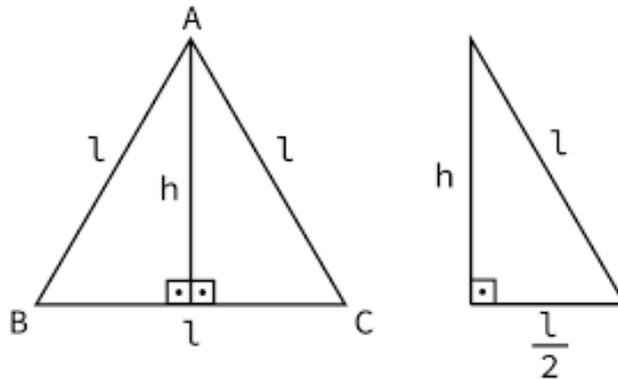
Figura 7: Triângulo Equilátero



Fonte: <https://realizeeducacao.com.br/wiki/prismas>

Traçamos uma reta que parte de A e é perpendicular ao segmento BC teremos a altura desse triângulo (h). Podemos chamar os lados de l . Como todos os lados são iguais, o segmento de reta que representa a altura dividi a base BC em duas partes de mesma medida.

Figura 8: Altura do triângulo equilátero



Fonte: <https://matematicabasica.net/area-do-triangulo>

Observemos o triângulo retângulo cujos lados medem h , l e $\frac{l}{2}$.

A partir daí encontraremos o valor da altura do triângulo equilátero que coincide com o cateto do triângulo retângulo.

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$l^2 = h^2 + \frac{l^2}{4}$$

$$4l^2 = 4h^2 + l^2$$

$$4h^2 = 4h^2 - l^2$$

$$4h^2 = 3l^2$$

$$\sqrt{4h^2} = \sqrt{3l^2}$$

$$2h = l\sqrt{3}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

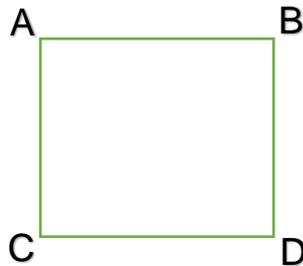
Enfim, a altura do triângulo equilátero poderá ser calculada por:

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Diagonal do quadrado.

O quadrado ABCD possui lados iguais e ângulos com medidas iguais a 90° graus.

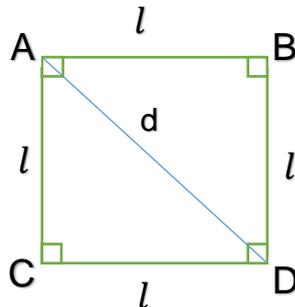
Figura 9: Quadrado ABCD



Fonte: A autora

O cálculo da sua diagonal (reta que parte do ponto B ao C ou do A ao D) será feito da seguinte forma:

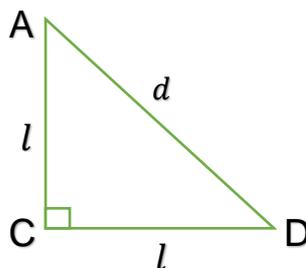
Figura 10: Diagonal do Quadrado ABCD



Fonte: A autora

Como não conhecemos o valor dos lados iremos chamá-los de l . A diagonal forma no quadrado um triângulo retângulo ACD e é a partir daí que iremos calcular o valor da diagonal.

Figura 11: Triângulo ACDE



Fonte: A autora

Aplicando o teorema de Pitágoras (consideramos d a hipotenusa e l são os catetos), temos:

$$d^2 = l^2 + l^2$$

$$d^2 = 2l^2$$

$$\sqrt{d^2} = \sqrt{2l^2}$$

Enfim, podemos calcular a diagonal do quadrado por:

$$d = l\sqrt{2}$$

3 - ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Foram analisados cinco livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental: Matemática Bianchini, Trilhas da Matemática, Praticando Matemática, Projeto Teláris e Araribá Mais Matemática.

Vamos então, analisar como o teorema é apresentado em cada um deste, considerando cada competência e parâmetro visto anteriormente e exigidos em documentos oficiais do Ministério da Educação.

As obras que aqui constam, compõem o material destinado ao professor e fazem parte de material de divulgação.

3.1. MATEMÁTICA BIANCHINI

Figura 12: BIANCHINI, E. Matemática Bianchini. 9ª série. Ed 9. São Paulo: Moderna, 2018 – Manual do professor/ Material de divulgação.



Em sua obra, Matemática Bianchini – 9º ano, o autor Edwaldo Bianchini, traz em seu capítulo 8 – Triângulos retângulos, primeiramente um pouco da história de Pitágoras.

No título 2 (dois) traz então, especificamente o teorema de Pitágoras, começando com *elementos de um triângulo retângulo* e exercícios sobre, em *enunciando o teorema de Pitágoras*, o autor utilizando o trio pitagórico mais conhecido e citado aqui anteriormente, faz a explicação do teorema resolvendo a igualdade.

Em *Demonstrando o teorema de Pitágoras*, utiliza – se dos triângulos e quadrados para demonstrar a fórmula, propõe alguns exercícios, em um quadro de destaque expõem acerca dos Triângulos pitagóricos,

Triângulos retângulos cujas medidas dos lados são expressas por números inteiros são chamados de triângulos pitagóricos. Entre eles, o mais famoso é o triângulo cujos lados medem números inteiros e consecutivos: 3, 4 e 5. Pelo caso LLL de semelhança, qualquer triângulo retângulo cujos lados sejam proporcionais aos números 3, 4 e 5 é um triângulo pitagórico [...]. (BIANCHINI, E. 2018, p.175).

Partindo deste enunciado, propõe outro exercício, que deverá ser utilizado com calculadora.

O título 3 (três) Aplicações do teorema de Pitágoras, já começa com, *relacionando as medidas da diagonal e do lado de um quadrado*, que como o próprio nome do subtítulo já diz vai aplicar o teorema nas diagonais e lado de um quadrado e definir essa diagonal.

Depois de exercícios propostos do subtítulo acima, começa, então, o *Relacionando as medidas da altura e do lado de um triângulo equilátero*, que assim como no anterior vai usar o teorema para encontrar uma fórmula para a altura do triângulo e em seguida também deixa exercícios propostos.

No título 4 (quatro) Relações métricas em um triângulo retângulo, ainda temos, *outra demonstração do teorema de Pitágoras*, que vai definir primeiro a altura de um triângulo retângulo, e a utilizando como cateto, desenvolver o teorema a fim de demonstrar $a^2 = b^2 + c^2$.

No último título do capítulo, 5 (cinco), o autor finaliza com o tema, *O teorema de Pitágoras no plano cartesiano*, onde ao supor que em um campo de futebol o treinador quer saber a medida exata da distância entre o ponto de esquina do campo de onde se cobra o escanteio e o ponto da marca do pênalti.

Então ele usa os seguintes cálculos e o teorema para chegar, pelo menos ao valor aproximado.

Chamamos de E o ponto de esquina em que se cobra o escanteio, de P o ponto da marca do pênalti, de L o ponto em que \overline{PL} , irá formar o triângulo PLE, $P\hat{L}E$ colocando que neste o ângulo em L é reto (90°).

O enunciado também nos dá os seguintes valores $EL = 11$ e $LP = 34$

$$(EP)^2 = (EL)^2 + (LP)^2$$

$$(EP)^2 = (11)^2 + (34)^2$$

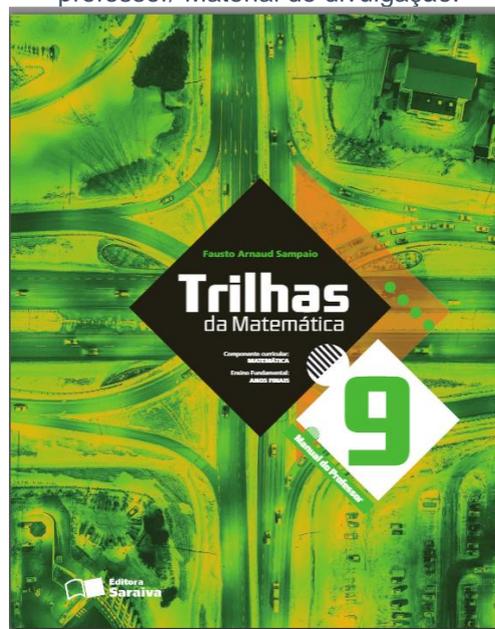
$$EP = \sqrt{11^2 + 34^2}$$

$$EP = \sqrt{121 + 1.156}$$

$$EP \cong 35,74$$

3.2. TRILHAS DA MATEMÁTICA

Figura 13: SAMPAIO, Fausto Arnaud. Trilhas da Matemática. 9ª série. Editora Saraiva – Manual do professor/ Material de divulgação.



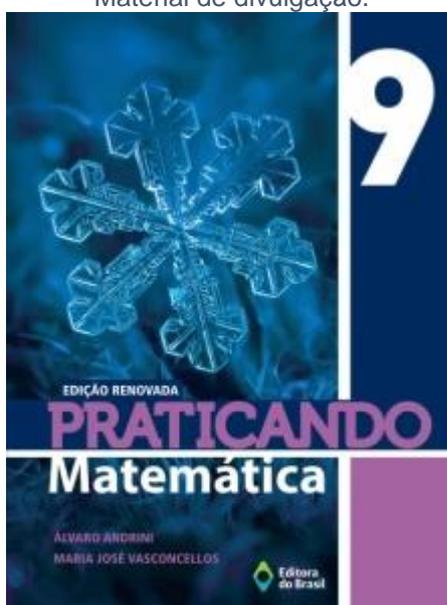
Fausto nesta obra da coleção traz em seu 10º capítulo, Relações Métricas no triângulo retângulo, os títulos, *Teorema de Pitágoras*, com a história do matemático, bem resumida, uma pequena apresentação do teorema utilizando o trio pitagórico 3, 4 e 5 e poucos exercícios.

Em seguida *Demonstração do Teorema de Pitágoras*, através do triângulo e quadrado, com algumas atividades propostas para finalizar. Então com o título, *outras relações métricas no triângulo*, o autor realiza exemplos utilizando os triângulos e semelhanças de triângulos finalizando com atividades.

Por fim com título aplicações do teorema de Pitágoras e subtítulos *medida do comprimento da diagonal de um quadrado e medidas da altura de um triângulo equilátero*, desenvolve os cálculos com o auxílio do teorema para chegar nas fórmulas já citadas anteriormente.

3.3. PRATICANDO MATEMÁTICA

Figura 14: Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. Praticando matemática 9 – 3ª ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil. – (Coleção praticando matemática; v. 9) 2018 – Manual do professor/ Material de divulgação.



Neste volume da obra de Andrini e Vasconcellos, já começamos a Unidade 7 (sete) - Relações métricas nos triângulos retângulos, com o teorema de Pitágoras, como título de introdução ao tema. A princípio apresenta imagens de coisas cotidianas para o aluno, como o quadro negro, para apresentar, um triângulo retângulo e mais precisamente o ângulo de 90° (ângulo reto).

A partir destas amostras os autores começam a desenvolver o teorema, através do trio pitagórico 3, 4 e 5 e de demonstração do quadrado já discutida anteriormente.

Em uma pequena tirinha no fim da mesma página, temos uma conversa entre dois homens onde o assunto se resume em que essa relação já havia sido utilizada anteriormente pelos babilônicos, porém, foi Pitágoras e os pitagóricos quem conseguiram provar esta.

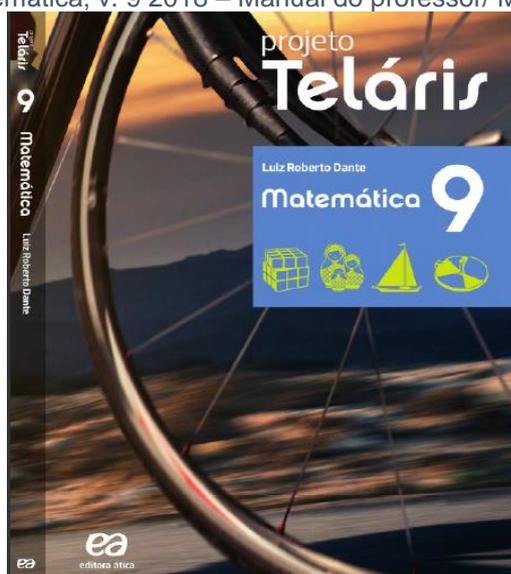
O volume em questão, deixa a história de Pitágoras de lado, ao apresenta – lá em um quadro com apenas poucas linhas, que são apresentadas dividindo espaço com a pintura de Rafael Sanzio, de nome, Afresco, que retrata, a escola de Atenas, 1506-1510, onde podemos ver Pitágoras ao canto com um grupo de ouvintes. Logo após deixa exercícios, que até ganham destaque, por trazer exemplos relacionados ao dia a dia do aluno, como o exemplo de uma peça que sustenta essa prateleira.

No seu segundo título, *Teorema de Pitágoras, quadrados e triângulos*, como o proprio nome já deixa claro, vai tratar de desenvolver os cálculos para obter a medida da diagonal de um quadrado e a altura do triângulo equilátero, finalizando – o com questões, do Saesp, Vunesp, Fuvest e entre outros, que também é um incentivo positivo para os alunos que tem expectativa de realizar as provas citadas.

No último título apresentado, 3 (três) - *Relações métricas nos triângulos retângulos*, que contam com alguns exemplos de resolução de outros tipos de triângulos e as relações necessárias se finaliza esta unidade.

3.4. PROJETO TELÁRIS

Figura 15: Luiz Roberto Dante. Projeto Teláris: Matemática 9 – São Paulo: Editora Ática. – (Coleção Projeto Teláris: Matemática; v. 9 2018 – Manual do professor/ Material de divulgação.



Esta obra de Dante une as relações do triângulo retângulo e da circunferência em seu capítulo 7 (sete) – Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência.

O capítulo começa contando brevemente a história dos “harpedonaptas”, que eram conhecidos como estiradores de cordas, utilizando a experiência destes para dar introdução ao teorema, que na verdade no livro foi chamado de relação de Pitágoras.

No título 2 (dois) temos, *elementos de um triângulo retângulo*, que como o nome já diz, explica rapidamente o que são e a relação entre catetos e hipotenusa.

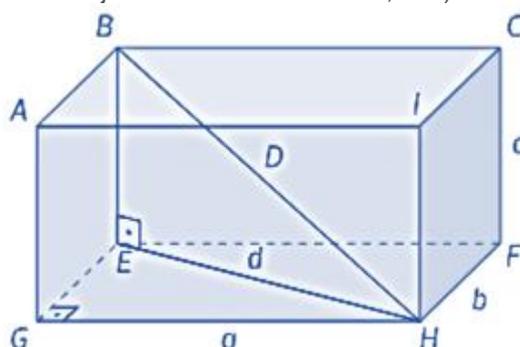
No título 3 (três), *Teorema ou relação de Pitágoras*, se faz uma breve explicação do teorema a partir dos quadrados 3, 4 e 5, para enunciar o teorema. Como subtítulo temos ainda, *Demonstração do teorema de Pitágoras*, para em seguida ser proposto alguns exercícios. No fim do título em questão ainda temos outras demonstrações do teorema de Pitágoras, como item para leitura.

O título 4 (quatro), se trata de *outras relações métricas importantes no triângulo retângulo*, também com propostas de exercícios no final.

O título 5 (cinco), *Aplicações importantes do teorema de Pitágoras*, traz além dos subtítulos que já vimos, *diagonal de um quadrado* e *Altura de um triângulo equilátero*, o subtítulo *Diagonal de um bloco retangular*.

Representado por uma figura semelhante à abaixo, temos

Figura 16: Luiz Roberto Dante. Projeto Teláris: Matemática 9 – São Paulo: Editora Ática. – (Coleção Projeto Teláris: Matemática; v. 9).



O triângulo, BEH é retângulo em E, e sua hipotenusa é \overline{BH} . Para calcular D precisamos conhecer antes do valor de d.

Assim aplicando o teorema temos:

$$d^2 = a^2 + b^2 \quad (I) \qquad D^2 = d^2 + c^2 \quad (II)$$

Substituindo I em II teremos:

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Ainda como subtítulo e aplicação ainda não mostrada têm o *Caso particular: Diagonal do cubo*.

Como o cubo é um caso particular do bloco retangular em que $a = b = c = l$,

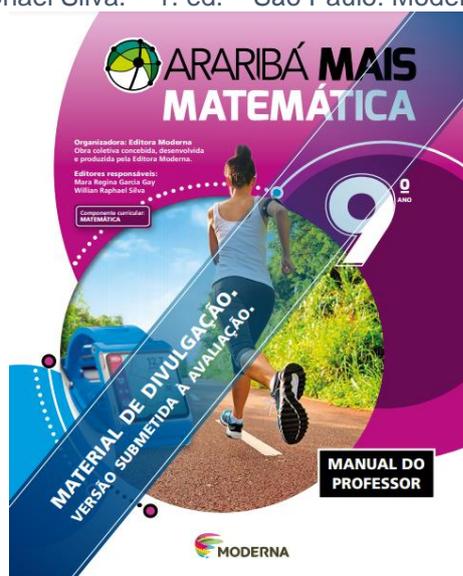
A fórmula fica da seguinte maneira:

$$D = \sqrt{l^2 + l^2 + l^2} = \sqrt{3l^2} = l\sqrt{3} \text{ então, } D = l\sqrt{3}$$

O capítulo tem outros títulos, porém sobre o teorema só vemos citações no 7 (sete), onde em textos curtos fala sobre os ternos pitagóricos, e em um outro sobre o uso da relação bem anteriormente pelos babilônicos.

3.5. ARARIBÁ MAIS MATEMÁTICA

Figura 17: Araribá mais matemática: manual do professor / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editores Mara Regina Garcia Gay, Willian Raphael Silva. – 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2018. Manual



O capítulo 6 (seis) - Relações métricas no triângulo retângulo, do volume já começa também com a história de Pitágoras, com o primeiro título, *Primeira relação*

métrica: teorema de Pitágoras, e logo em seguida já desenvolve o teorema através do exemplo: $a^2 = 7^2 + 4^2$.

Ganha nossa atenção então, o item informática e matemática, que utiliza o programa *Geogebra* para desenvolver a demonstração, com o passo a passo dado pelo livro o aluno poderá interagir com os quadrados e triângulos, para definir os valores a partir dos vértices.

No subtítulo *Demonstração do teorema de Pitágoras*, que utiliza o quadrado e triângulo aplicando o teorema e relações para assim demonstrar, para depois na seção *vamos aplicar*, propor alguns exercícios.

No título 2 (dois), outras *relações métricas no triângulo retângulo*, demonstra outras relações fora o teorema, que seria em palavras do próprio livro, a primeira, mas não única de conhecer as métricas dos triângulos. Em suma o livro mostra mais quatro relações, priorizando a semelhança de triângulos, para propor mais exercícios.

No já último título do capítulo, 3 (três) - *Aplicações do teorema de Pitágoras*, os autores farão a aplicação do teorema para encontrar a *Diagonal de um quadrado* e a *Altura de um triângulo equilátero*, para pôr fim propor exercícios.

4. CONCLUSÃO

Ao analisarmos primeiramente os documentos que compõem as competências e habilidades esperadas pela BNCC, LDB e os parâmetros exigidos pelos PCN's e PNLD, podemos ver que o normalizado, não foge ao necessário para o bom entendimento de todo o conteúdo a ser desenvolvido na sala de aula.

Suas relações, demonstrações e aplicações, em geral estão sendo bem desenvolvidos nas obras analisadas.

Esse livro teve como demérito não propor a interdisciplinaridade, pedida pelas diretrizes e o trazer do conteúdo para o sociocultural, seja através da história do teorema, ou mesmo por meio de resolução de problemas, trabalhos com materiais didáticos variados, exercícios entre outros meios que os conectem ao seu cotidiano.

A obra Matemática Bianchini, uma das mais completas, com ênfase na história, bastantes exercícios para desenvolver, exemplos que se aproximaram da realidade do aluno, com imagens suficientes para facilitar o entendimento. Ainda tivemos um ótimo exemplo de aplicação em um campo de futebol, que ajuda o aluno a fazer uma melhor associação do teorema na prática com apoio de um esporte brasileiro.

Já Trilhas da Matemática, se utilizou muito pouco dos exercícios, da história e resumiu demais o conteúdo em poucos títulos, que não eram numerados, porém a explicação e aplicação do teorema foi sucinta e bem compreensível.

Praticando matemática, no começo destacou-se primeiramente ao tema, com imagens que fazem parte do dia a dia dos alunos, o que é sim importante se tratando de um primeiro contato com o teorema. Dos pontos positivos podemos citar os exercícios, que em sua maioria são extraídos de provas e bancas importantes, preparando esses alunos para estes desafios. Como pontos negativos, temos a falta do aproveitamento da história e a rasa explicação dos conteúdos em poucos títulos disponibilizados.

Nossa penúltima obra analisada, Projeto Teláris: Matemática foi bem dividida em capítulos, e o que mais chamou atenção na obra foi à demonstração da aplicação do teorema no bloco retangular e cubo, não se absteve apenas a história de Pitágoras,

como também contou um pouco mais sobre as descobertas e uso anterior, da (como havia visto apenas nessa obra), relação de Pitágoras, conseguiu unir e aplicar ainda o teorema com o círculo e por fim, mesmo depois de dar continuidade nos demais conteúdos da unidade ainda apresentou outras referências no decorrer deste.

Na análise de Araribá mais: matemática, este foi o que mais deixou a desejar, a unidade teve apenas três capítulos, não demonstrou muito comprometimento nem com a história, nem com as demonstrações, porém, também propôs exercícios, em seu conteúdo valorizou o uso de tecnologias, com um exercício para praticar no Geogebra, que foram ótimos, pontos fortes para a obra.

Por fim, no tópico 2.4 Teorema de Pitágoras temos um exemplo de exercício feito no programa Geogebra, e no tópico: 2.4.2 Exemplo de Aplicações na Geometria temos exemplo para encontrar a diagonal de um quadrado e a altura de um triângulo equilátero.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática 9** – 3. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil. – (Coleção praticando matemática; v. 9).

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini**. 9ª série. Ed 9. São Paulo: Moderna, 2018 – Manual do professor / Material de divulgação.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Matemática – Ensino Fundamental / Anos Finais**. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>>. Acesso em: 30 de agosto de 2020.

BRASIL. **Fundeb/FNDEB**<<https://www.fnde.gov.br/index.php/financiamento/fundeb>> Acesso em 29 de agosto de 2020.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática 9** – São Paulo: Editora Ática. – (Coleção Projeto Teláris: Matemática; v. 9).

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. **Araribá mais: matemática**. manual do professor / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. – 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da Matemática**. 9ª série. Editora Saraiva – Manual do professor / Material de divulgação.